

Factorización de Polinomios

Profesora Ericka Salas González

19 de marzo de 2006

Índice general

0.1.	QUE ES FACTORIZAR UN POLINOMIO	2
0.1.1.	Factor	2
0.1.2.	Factorizar	2
0.2.	FACTORIZACIÓN POR FACTOR COMÚN	3
0.2.1.	Factor Común Monomio	3
0.2.2.	Factor Común Polinomio	8
0.3.	FACTORIZACIÓN POR FÓRMULAS NOTABLES	12
0.3.1.	Factorización Diferencia de Cuadrados	12
0.3.2.	Factorización de un Trinomio Cuadrado Perfecto	18
0.4.	RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS	22
0.4.1.	Respuestas del Ejercicio 1	22
0.4.2.	Respuestas del ejercicio 2	23
0.4.3.	Respuestas del Ejercicio 3	23
0.4.4.	Respuestas del Ejercicio 4	25

0.1. QUE ES FACTORIZAR UN POLINOMIO

0.1.1. Factor

Se les denomina factores de un polinomio, a las expresiones algebraicas que multiplicadas entre si dan como producto la primera expresión.

Ejemplo:

$$\overbrace{a^2 - b^2}^{\text{Producto}} = \overbrace{(a + b)}^{\text{Factor}} \overbrace{(a - b)}^{\text{Factor}}$$

0.1.2. Factorizar

Factorizar un polinomio es convertirlo en el producto indicado de sus factores.

Ejemplo:

$12 = 3 \cdot 4$, en este caso la expresión $3 \cdot 4$ es la factorización de 12

$12 = 3 \cdot 2 \cdot 2$, esta es otra factorización de 12, llamada Factorización completa y de ella hablaremos mas adelante.

Nota

Tambien sería bueno recordar que los resultados por cuestiones de orden se dan ordenados en forma descendente con respecto a una de las variables(esto no quiere decir que si no se hace el resultado sea incorrecto).

Ejemplo:

$$x + 1 + x^2 = x^2 + x + 1$$

Cuando una vez ordenado el polinomio, el primer término sea negativo tambien por cuestiones de orden factorizaremos un -1 ,

así,por ejemplo:

$$-x^2 + x - 1 = -1(x^2 - x + 1)* = -(x^2 - x + 1)$$

*Cuando extraemos un menos (-1) delante de un parentesis, lo que esta dentro del paréntesis cambia de operación; pero esto es una cuestión puramente opcional.

0.2. FACTORIZACIÓN POR FACTOR COMÚN

0.2.1. Factor Común Monomio

Si en todos los términos del polinomio existe uno o varios factores comunes (que pueden ser números o letras) la factorización de este polinomio es igual al producto que da de multiplicar este factor por el resultado de dividir cada término del polinomio por ese factor.

Recuerde que: para dividir potencias de igual base se conserva la base y se restan los exponentes, así: $x^4 \div x^2 = x^{4-2} = x^2$

*Recuerde: Cuando dos o mas numeros tienen como factor comun solamente el UNO se llaman **primos entre si** o **coprinos** o **primos relativos**.*

$$\text{Ejemplo: } \begin{array}{cc|c} 25 & 12 & 1 \\ 25 & 12 & \end{array}$$

Ejemplo 1:

$x^2 + 2x - x^3 \implies$ si analizamos este polinomio el factor x esta presente en todos los términos; se toma entonces la x de menor exponente en este caso x que esta elevada a la primera potencia y se dice entonces que x es el factor común; luego se divide cada uno de los términos del polinomio entre el factor común:

$$\frac{x^2}{x} = x$$

$$\frac{2x}{x} = 2$$

$$\frac{x^3}{x} = x^2$$

y se escribe así:

$x(x + 2 - x^2) \implies$ lo que esta dentro del parentesis es el resultado de dividir cada uno de los términos del polinomio original entre x .

Tenemos entonces que: $x^2 + 2x - x^3 = x(x + 2 - x^2) = x(-x^2 + x + 2) = -x(x^2 - x - 2)$

Y como resultado final:

$$x^2 + 2x - x^3 = -x(x^2 - x - 2)$$

Ejemplo 2:

$10b^2 - 5b + 15b^3 \implies$ si analizamos el polinomio notaremos que **b** es factor común del polinomio, sin embargo en estos casos también hay que tomar en cuenta el factor común numeral que para este ejemplo sería tomar 10, 5 y 15 y factorizarlos hasta saber cuál es el máximo común divisor entre ellos. Tendríamos entonces como factor común numérico al 5, que se obtiene de la siguiente manera:

$$\begin{array}{ccc|c} 10 & 5 & 15 & 5 \\ 2 & 1 & 3^* & \end{array}$$

* Es importante recordar que cuando dos o más números no tienen ningún factor común excepto el UNO se les denomina primos entre sí; en este caso los números 2, 1 y 3 son primos entre sí y entonces la factorización llega a su fin.

Luego dividimos el polinomio entre el factor común que tenemos:

$$\frac{10b^2}{5b} = 2b$$

$$\frac{5b}{5b} = 1$$

$$\frac{15b^3}{5b} = 3b^2$$

y se escribe así:

$5b(2b - 1 + 3b^2) \implies$ lo que está dentro del paréntesis es el resultado de dividir cada uno de los términos del polinomio original entre **5b**.

Tenemos entonces que: $10b^2 - 5b + 15b^3 = 5b(2b - 1 + 3b^2) = 3b^2 + 2b - 1$

Y como resultado final:

$$10b^2 - 5b + 15b^3 = 3b^2 + 2b - 1$$

Ejemplo 3:

$\frac{25}{9}xy^2 - \frac{30}{21}x^2y \implies$ analizando este polinomio tenemos que **y** y **x** son factores comunes del polinomio, sin embargo los factores numerales también tienen factor común; procedemos entonces a obtener estos factores primero del numerador:

$$\begin{array}{cc|c} 25 & 30 & 5 \\ 5 & 6^* & \end{array}$$

* En este caso los números 5 y 6 son primos entre sí y entonces la factorización llega a su fin.
y luego del denominador:

$$\begin{array}{cc|c} 9 & 21 & 3 \\ 3 & 7^* & \end{array}$$

* En este caso los números 3 y 7 son primos entre sí y entonces la factorización llega a su fin.

Una vez factorizados formamos una nueva fracción que va a ser el factor común, la misma tiene como numerador el factor común de los numeradores y como denominador el factor común de los denominadores; tenemos entonces:

$\frac{5}{3}xy(\frac{5}{3}y - \frac{6}{7}x) \implies$ lo que está dentro del paréntesis es el resultado de dividir cada uno de los términos del polinomio original entre $\frac{5}{3}xy$

Tenemos entonces que: $\frac{25}{9}xy^2 - \frac{30}{21}x^2y = \frac{5}{3}xy(\frac{5}{3}y - \frac{6}{7}x)$

Ejemplo 4:

$x^2y^2 + x^3y^2 + xy \implies$ extraemos el factor común que en este caso es **xy**;

obtenemos entonces la expresión:

$$xy(xy + x^2y + 1)$$

\implies lo que está dentro del paréntesis es el resultado de dividir cada uno de los términos del polinomio entre xy

Factorización de polinomios

Tenemos entonces que: $x^2y^2 + x^3y^2 + xy = xy(xy + x^2y + 1) = xy(x^2y + xy + 1)$

Y como resultado final:

$$x^2y^2 + x^3y^2 + xy = xy(x^2y + xy + 1)$$

Ejercicios 1

Factorice los siguientes polinomios utilizando el método del factor común.

1. $120a + 120b + 120c =$

2. $9a^2x - 18ax^2 =$

3. $x^2 + x^3 - x^4 =$

4. $ab^2 - a^3b + ab =$

5. $40a^3 + 30a^2 - 50a =$

6. $21c^4 + 7b^2c - 14b^3 =$

7. $12xy^2 - 18y^3x^2 + 16xy =$

8. $b^3c^2 - 21c^2 + 14bc^2 =$

9. $112mn^4 + 120m^5n - 136m^2n^2 =$

10. $a^4b + a^2b^4 + a^5 + a^3b^3 =$

11. $15y^2 + 20y^3 - 30y^4 + 40y^5 =$

12. $-hk^2 + 2hk + h^2 =$

13. $m^3 + mn^2 - mn^4 + m =$

14. $a^3b^2 + b^2c + a^3b - b^2c =$

15. $5ab + \frac{10}{3}a^2b - \frac{15}{7}b^4c =$

16. $25x^2y + 30xy^3 + 20x =$

17. $-x^2y + y^3 + xy^4 - 4y =$

18. $\frac{25}{9}xy - \frac{15}{9}xy^2 + \frac{10}{9}x^3y =$

19. $\frac{2}{15}a^3b^2 + \frac{3}{20}a^2b^3 - \frac{1}{5}a =$

20. $\frac{20}{3}x^4 + \frac{15}{2}x^3y + 30xy^2 =$

Respuestas en 0.4.1

0.2.2. Factor Común Polinomio

En algunos casos el factor común será un polinomio, para estos casos se procederá de la siguiente manera:

Ejemplo 1:

$m(a + b) + n(a + b) \implies$ observando la expresión nos daremos cuenta que los dos términos de la misma tienen de factor común el binomio $(a + b)$, se escribe entonces $(a + b)$ y dentro del paréntesis escribo los el resultado de dividir los dos términos de la expresión entre el factor común, obtenemos:

$$\frac{m(a+b)}{(a+b)} = m$$

y

$$\frac{n(a+b)}{(a+b)} = n;$$

y tendemos entonces:

$$m(a + b) + n(a + b) = (a + b)(m + n)$$

Ejemplo 2:

Factorizar: $2x(a - 1) - y(a - 1) \implies$ en este ejemplo observamos que el factor común es $(a - 1)$.

Dividimos entonces los términos entre este factor común y obtenemos:

$$\frac{2x(a-1)}{(a-1)} = 2x \text{ y } \frac{-y(a-1)}{(a-1)} = -y$$

entonces tendremos como resultado final:

$$2x(a - 1) - y(a - 1) = (a - 1)(2x - y)$$

Ejemplo 3:

Descomponer: $2a(m + n) + m + n$

Esta expresión aunque en apariencia diferente a las demás podríamos escribirla como: $2a(m + n) + (m + n)$ que a su vez es equivalente a $2a(m + n) + 1(m + n)$, (y esto si nos es familiar verdad).

El factor común es $(m + n)$ y luego de hacer la división de los términos entre este factor obtenemos como resultado:

$$\frac{2a(m + n) + m + n}{(m + n)(2a + 1)}$$

Ejemplo 4:

Factorizar: $5x(a + b) - a - b$

Acomodaremos la expresión de una forma mas familiar; en este caso el será necesario factorizar un signo (-) del segundo termino para agrupar los terminos; así:

$$\begin{aligned} 5x(a + b) - a - b &= \\ 5x(a + b) - (a + b) &= \\ 5x(a + b) - 1(a + b) & \end{aligned}$$

luego tenemos que el factor común es $(a + b)$ y que:

$$\frac{5x(a + b) - a - b}{(a + b)(5x - 1)}$$

RECUERDE QUE:

$$\begin{aligned} -a - b &= -(a + b) \\ & \text{y} \\ -a + b &= -(a - b) \end{aligned}$$

Caso Especial

En algunos casos para poder tener un factor común será necesario realizar algunos cambios. Veamos algunos ejemplos:

Ejemplo 1:

Factorizar: $2x(x + y + z) - x - y - z$

En este caso necesario agrupar y también extraer un (-) de esta agrupación de términos para lograr obtener un factor común; de la siguiente manera:

$$2x(x+y+z)-x-y-z = 2x(x+y+z)-(x+y+z) = 2x(x+y+z)-1(x+y+z) = (x+y+z)(2x-1)$$

Luego:

$$2x(x+y+z) - x - y - z = (x+y+z)(2x-1)$$

Ejemplo 2:

Factorizar: $(x - a)(y + 2) + b(y + 2)$

En este caso el factor común es $(y + 2)$, dividiendo todos los términos entre este factor común tenemos:

$$\frac{(x-a)(y+2)}{(y+2)} = x - a$$

y

$$\frac{b(y+2)}{(y+2)} = b$$

luego;

$$(x - a)(y + 2) + b(y + 2) = (y + 2)(x - a + b)$$

Ejercicios 2

Factorice las siguientes expresiones

1. $a(x + 1) + b(x + 1)$
2. $m(2n + 3) + p(2n + 3)$
3. $2a(x - 3) - b(x - 3)$
4. $2x(m - n) + 3y(m - n)$
5. $m(x + 5) + n(x + 5)$
6. $x(3 + 5y) + 3 + 5y$
7. $m(1 - x) + 1 - x$
8. $4x(m - n) + m - n$
9. $1 - x + 2a(1 - x)$
10. $x^2 + 1 - b(x^2 + 1)$
11. $x(m + n) - m - n$
12. $2a(b + c) - b - c$
13. $2y(x + 2) - x - 2$
14. $-a - b + x(a + b)$
15. $-2x - 3y + m(2x + 3y)$

Respuestas en 0.4.2

0.3. FACTORIZACIÓN POR FÓRMULAS NOTABLES

0.3.1. Factorización Diferencia de Cuadrados

$$\text{Nota: } \sqrt[n]{a^m} = a^{m \div n} = a^{\frac{m}{n}} \quad \text{Ej: } \sqrt{x^6} = x^{6 \div 2} = x^3$$

Cuando se quiera factorizar una diferencia de cuadrados se procede de la siguiente manera:

Ejemplo 1:

$x^2 - y^2 \implies$ se extrae la raíz cuadrada al minuendo y al sustraendo.

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2} &= x \\ \sqrt{y^2} &= y\end{aligned}$$

Luego se multiplica la suma de estas raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz del minuendo y la del sustraendo.

$$(x + y)(x - y)$$

Tenemos entonces que:

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

Ejemplo 2:

Factorizar:

$9a^4 - 25b^4 \implies$, extraemos la raíz cuadrada de ambos términos:

$$\begin{aligned}\sqrt{9a^4} &= 3a^2 \\ \sqrt{25b^4} &= 5b^2\end{aligned}$$

Ahora multiplicamos la suma de las raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz del minuendo y la del sustraendo.

$$(3a^2 + 5b^2)(3a^2 - 5b^2)$$

Tenemos entonces que:

$$9a^4 - 25b^4 = (3a^2 + 5b^2)(3a^2 - 5b^2)$$

Ejemplo 3:

Factorizar:

$49x^2 - 1$ * \implies extraemos la raíz cuadrada de ambos términos:

$$\begin{aligned}\sqrt{49x^2} &= 7x \\ \sqrt{1} &= 1\end{aligned}$$

Ahora multiplicamos la suma de las raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz del minuendo y la del sustraendo.

$$(7x + 1)(7x - 1)$$

Tenemos entonces que:

$$49x^2 - 1 = (7x + 1)(7x - 1)$$

* Debemos recordar que $1^2 = 1$

Ejemplo 4:

Factorizar:

$-a^2 + b^2 \implies$; en este caso el orden de los términos puede ser cambiado, esto para darle forma al binomio del modo que ya conocemos, entonces tenemos que:

$-a^2 + b^2 = b^2 - a^2 \implies$, ahora extraemos la raíz cuadrada de ambos términos:

$$\begin{aligned}\sqrt{b^2} &= b \\ \sqrt{a^2} &= a\end{aligned}$$

Ahora multiplicamos la suma de las raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz del minuendo y la del sustraendo.

$$(b + a)(b - a)$$

Tenemos entonces que:

$$-a^2 + b^2 = b^2 - a^2 = (b + a)(b - a)$$

Ejemplo 5:

Factorizar:

$\frac{a^2}{4} - \frac{b^2}{9} \implies$;extraemos la raíz cuadrada de ambos términos:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{a^2}{4}} &= \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{4}} = \frac{a}{2} \\ \sqrt{\frac{b^2}{9}} &= \frac{\sqrt{b^2}}{\sqrt{9}} = \frac{b}{3}\end{aligned}$$

Ahora multiplicamos la suma de las raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz del minuendo y la del sustraendo.

$$\left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3}\right)\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{3}\right)$$

Tenemos entonces que:

$$\frac{a^2}{4} - \frac{b^2}{9} = \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3}\right)\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{3}\right)$$

Ejemplo 6:

Factorizar:

$a^8 - b^8 \implies$;extraemos la raíz cuadrada de ambos términos:

$$\begin{aligned}\sqrt{a^8} &= a^4 \\ \sqrt{b^8} &= b^4\end{aligned}$$

Ahora multiplicamos la suma de las raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz del minuendo y la del sustraendo.

$$(a^4 + b^4)(a^4 - b^4)$$

Entonces:

$$a^8 - b^8 = (a^4 + b^4)(a^4 - b^4)$$

Tenemos entonces que el segundo término de esta factorización sigue siendo una diferencia de cuadrados perfectos, por lo que es necesario factorizarlo de nuevo:

$a^4 - b^4 \implies$;extraemos la raíz cuadrada de ambos términos:

$$\begin{aligned}\sqrt{a^4} &= a^2 \\ \sqrt{b^4} &= b^2\end{aligned}$$

Ahora multiplicamos la suma de las raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz del minuendo y la del sustraendo.

Entonces:

$$(a^4 - b^4) = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$$

Tenemos entonces que:

$$a^8 - b^8 = (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$$

Tenemos entonces que el tercer término de esta factorización sigue siendo una diferencia de cuadrados perfectos, por lo que es necesario factorizarlo de nuevo:

$a^2 - b^2 \implies$; extraemos la raíz cuadrada de ambos términos:

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2} &= a \\ \sqrt{b^2} &= b\end{aligned}$$

Ahora multiplicamos la suma de las raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz del minuendo y la del sustraendo.

Entonces:

$$(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$$

Tenemos entonces que:

$$a^8 - b^8 = (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$$

Caso Especial

La regla de factorización que empleamos anteriormente es también utilizada cuando uno o ambos de los términos de la diferencia de cuadrados es una expresión compuesta, así:

Ejemplo 1:

Factorizar:

$(a + b)^2 - 9 \implies$ esta es una diferencia de cuadrados en la que el primer término es un binomio, y para hallar su factorización procedemos de la manera anteriormente vista: extraemos la raíz cuadrada de ambos términos:

$$\begin{aligned}\sqrt{(a+b)^2} &= (a+b) \\ \sqrt{9} &= 3\end{aligned}$$

Ahora multiplicamos la suma de las raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz del minuendo y la del sustraendo.

$[(a+b)+3][(a-b)-3] \implies$ en estos casos es necesario eliminar los parentesis, obtenemos entonces:

$$(a+b+3)(a-b+3)$$

Tenemos entonces que:

$$(a+b)^2 - 9 = (a+b+3)(a-b+3)$$

Ejemplo 2:

Factorizar:

$(m+2)^2 - (n+3)^2 \implies$ extraemos la raíz cuadrada de ambos términos:

$$\begin{aligned}\sqrt{(m+2)^2} &= m+2 \\ \sqrt{(n+3)^2} &= n+3\end{aligned}$$

Ahora multiplicamos la suma de las raíces cuadradas por la diferencia entre la raíz del minuendo y la del sustraendo.

$[(m+2)+(n+3)][(m+2)-(n+3)] \implies$ en estos casos es necesario eliminar los parentesis, obtenemos entonces:

$$\begin{aligned}(m+2)+(n+3) &= (m+2+n+3) = (m+n+5) \\ (m+2)-(n+3) &= (m+2-n-3) = (m-n-1)*\end{aligned}$$

* Debemos recordar que una resta delante de un parentesis esta indica que todos los terminos dentro del parentesis cambian de operación, de ahí que:

$$-(n+3) = -n-3$$

Tenemos entonces que:

$$(m+2)^2 - (n+3)^2 = (m+n+5)(m-n-1)$$

Ejercicios 3

Factorice las siguientes expresiones utilizando el método de la diferencia de cuadrados.

1. $n^2 - 1$

2. $x^2 - 25$

3. $1 - 4m^2$

4. $16 - y^2$

5. $4x^2 - 9$

6. $4x^2 - 81y^4$

7. $100 - m^4$

8. $25m^2 - 4n^2$

9. $-16a^2 + 4b^2$

10. $\frac{1}{4} - 9a^2$

11. $\frac{a^2}{36} - \frac{b^4}{25}$

12. $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{81}$

13. $1 - \frac{a^2}{4}$

14. $a^2b^2 - c^2d^2$

15. $100m^4n^4 - \frac{1}{16}a^4$

16. $64a^2 - m^2$

17. $(7x + 1)^2 - 81$

18. $(a + b)^2 - (c + d)^2$

19. $(3a + 6b)^2 - (4a - 5b^2)$

20. $(a + b + 6c)^2 - (a - b - c)^2$

Respuestas en 0.4.3

0.3.2. Factorización de un Trinomio Cuadrado Perfecto

Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto, se extrae la raíz cuadrada al primer y al tercer término del trinomio y se separan estas raíces por el signo del segundo término. Formamos entonces un binomio, que es la raíz cuadrada del trinomio original; entonces lo elevamos al cuadrado o lo multiplicamos por si mismo.

Ejemplo 1:

$a^2 + 2ab + b^2 \implies$ se extrae la raíz cuadrada al primer y al tercer término del trinomio:

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2} &= a \\ \sqrt{b^2} &= b\end{aligned}$$

Se separan estas raíces por el signo del segundo término y formamos entonces un binomio:

$(a + b) \implies$ lo elevamos al cuadrado o lo multiplicamos por si mismo:

$$(a + b)^2 \text{ ó } (a + b)(a + b)$$

Y Luego tenemos que:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Ejemplo 2:

$4x^2 - 20xy + 25y^2 \implies$ se extrae la raíz cuadrada al primer y al tercer término del trinomio:

$$\begin{aligned}\sqrt{4x^2} &= 2x \\ \sqrt{25y^2} &= 5y\end{aligned}$$

Luego se separan estas raíces por el signo del segundo término y formamos entonces un binomio:

$(2x - 5y) \implies$ lo elevamos al cuadrado:

$$(2x - 5y)^2$$

Para finalizar tenemos que:

$$4x^2 - 20xy + 25y^2 = (2x - 5y)^2$$

Ejemplo 3:

$\frac{1}{4} - \frac{c}{3} + \frac{c^2}{9} \implies$ se extrae la raíz cuadrada al primer y al tercer término del trinomio:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{1}{4}} &= \frac{1}{2} \\ \sqrt{\frac{c^2}{9}} &= \frac{c}{3}\end{aligned}$$

Se separan estas raíces por el signo del segundo término y formamos entonces un binomio:

$(\frac{1}{2} - \frac{c}{3}) \implies$ lo elevamos al cuadrado:

$$(\frac{1}{2} - \frac{c}{3})^2$$

Y como resultado final tenemos:

$$\frac{1}{4} - \frac{c}{3} + \frac{c^2}{9} = (\frac{1}{2} - \frac{c}{3})^2$$

Ejemplo 4:

$16a + 1 + 64a^2 \implies$ si analizamos este trinomio, el mismo tiene la forma de un trinomio cuadrado perfecto pero en desorden, es por eso que lo primero que hacemos es acomodarlo:

$16a + 1 + 64a^2 = 1 + 16a + 64a^2 \implies$ luego se extrae la raíz cuadrada al primer y al tercer término del trinomio:

$$\begin{aligned}\sqrt{1} &= 1 \\ \sqrt{64a^2} &= 8a\end{aligned}$$

Se separan estas raíces por el signo del segundo término y formamos entonces un binomio:

$(1 + 8a) \implies$ lo elevamos al cuadrado:

$$(1 + 8a)^2$$

Luego:

$$16a + 1 + 64a^2 = (1 + 8a)^2$$

Caso Especial

En algunos casos tanto el primer término como el tercer término son expresiones compuestas o uno de ellos es una expresión compuesta, para estos casos se aplica la misma regla vista anteriormente:

Ejemplo 1:

$a^2 + 2a(a - b) + (a - b)^2 \implies$ extraemos la raíz cuadrada del primer y del tercer término:

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2} &= a \\ \sqrt{(a - b)^2} &= (a - b)\end{aligned}$$

Se separan estas raíces por el signo del segundo término y formamos entonces un binomio:

$[a + (a - b)] \implies$ luego eliminamos los parentesis:

$[a + (a - b)] = (a + a - b) = (2a - b) \implies$ y elevamos la expresión resultante al cuadrado:

$$(2a - b)^2$$

Tenemos entonces que:

$$a^2 + 2a(a - b) + (a - b)^2 = (2a - b)^2$$

Ejercicios 4

Factorice los siguientes trinomios cuadrados perfectos

1. $a^2 - 2ab + b^2$

2. $x^2 + 4x + 4$

3. $b^2 - 2b + 1$

4. $m^2 - 2mn + n^2$

5. $x^2 - 10x + 25$

6. $a^2 - 2a + 1$

7. $\frac{1}{25} + \frac{1}{3}x + \frac{25}{36}x^2$

8. $1 - \frac{2}{3}c + \frac{c^2}{9}$

9. $\frac{9}{4}c^2 - 6x + 1$

10. $4a^2 - 12ab + 9b^2$

11. $a^8 - 18a^4 + 81$

12. $x^6 - 2x^3y^3 + y^6$

13. $\frac{m^6}{16} - 2m^3n^2 + 16n^4$

14. $9c^6 - 30c^3 + 25$

15. $1 - 2(x - y) + (x - y)^2$

16. $4 - 4(1 - x) + (1 - x)^2$

17. $x^2 + 2x(b + c) + (b + c)^2$

18. $(x + y)^2 - 2(x + y)(y + z) + (y + z)^2$

19. $(a + b)^2 + 2(a + b)(a - c) + (a - c)^2$

20. $(a + b + c)^2 + 2(a + b + c)(b + c - a) + (b + c - a)^2$

Respuestas en 0.4.4

0.4. RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS

0.4.1. Respuestas del Ejercicio 1

1. $120(a + b + c)$
2. $9ax(a - 2x)$
3. $-x^2(x^2 - x - 1)$
4. $-ab(a^2 - b - 1)$
5. $10a(4a^2 + 3a - 5)$
6. $-7(2b^3 - b^2c - 3c^4)$
7. $-2xy(9xy^2 - 6y - 8)$
8. $c^2(b^3 + 14b - 21)$
9. $8mn(14n^3 - 17mn + 15m^4)$
10. $a^2(a^3 + a^2b + ab^3 + b^4)$
11. $5y^2(8y^3 - 6y^2 + 4y + 3)$
12. $-h(k^2 - 2k - h)$
13. $m(m^2 - n^4 + n^2 + 1)$
14. $b(a^3b + bc + a^3 - bc)$
15. $5b(\frac{2}{3}a^2 + a - \frac{3}{7}b^3c)$
16. $5x(6y^3 + 5xy + 4)$
17. $-y(x^2 - xy^3 - y^2 + 4)$
18. $\frac{5}{9}xy(2x^2 - 3y + 5)$
19. $\frac{1}{5}a(\frac{3}{4}ab^3 + \frac{2}{3}ab^2 - 1)$
20. $5x(\frac{3}{4}x^3 + \frac{2}{3}x^2y + 6y^2)$

0.4.2. Respuestas del ejercicio 2

1. $(x + 1)(a + b)$
2. $(2n + 3)(m + p)$
3. $(x - 3)(2a + b)$
4. $(m - n)(2x + 3y)$
5. $(x + 5)(m + n)$
6. $(3 + 5y)(x + 1)$
7. $(1 - x)(m + 1)$
8. $(m - n)(4x + 1)$
9. $(1 - x)(1 + 2a)$
10. $(x^2 + 1)(1 - b)$
11. $(m + n)(x - 1)$
12. $(b + c)(2a - 1)$
13. $(x + 2)(2y - 1)$
14. $(a + b)(x - 1)$
15. $(2x + 3y)(m - 1)$

0.4.3. Respuestas del Ejercicio 3

1. $(n + 1)(n - 1)$
2. $(x + 5)(x - 5)$
3. $(1 - 2m)(1 + 2m)$
4. $(4 + y)(4 - y)$
5. $(11x + 3)(11x - 3)$

Factorización de polinomios

6. $(12x + 9y)(12x - 9y)$
7. $(10 + m^2)(10 - m^2)$
8. $(5m + 2n)(5m - 2n)$
9. $(2b + 4a)(2b - 4a)$
10. $(\frac{1}{2} + 3a)(\frac{1}{2} - 3a)$
11. $(\frac{a}{6} + \frac{b^2}{5})(\frac{a}{6} - \frac{b^2}{5})$
12. $(\frac{x}{15} + \frac{y}{9})(\frac{x}{15} - \frac{y}{9})$
13. $(1 + \frac{a}{2})(1 - \frac{a}{2})$
14. $(ab + cd)(ab - cd)$
15. $(14m^2n^2 + \frac{a^2}{4})(14m^2n^2 - \frac{a^2}{4})$
16. $(8a + m)(8a - m)$
17. $(7x + 14)(7x - 12)$
18. $(a + b + c + d)(a + b - c - d)$
19. $(7a + b)(-a + 11b)$
20. $(2a + 5c)(2b + 7c)$

0.4.4. Respuestas del Ejercicio 4

1. $(a - b)^2$
2. $(x + 2)^2$
3. $(b - 1)^2$
4. $(m - n)^2$
5. $(x - 5)^2$
6. $(a - 1)^2$
7. $(\frac{1}{5} - \frac{5}{6}x)^2$
8. $(1 - \frac{c}{3})^2$
9. $(\frac{3}{2}c - 1)^2$
10. $(2a - 3b)^2$
11. $(a^2 - 3)^2a^2 + 3)^2$
12. $(x + y)^2(x - y)^2$
13. $(\frac{m^3}{4} - 4n^2)^2$
14. $(3c^3 - 5)^2$
15. $(x - y - 1)^2$
16. $(1 + x)^2$
17. $(x + b + c)^2$
18. $(x - z)^2$
19. $(2a + b - c)^2$
20. $4(b^2 + 2bc + c^2)$

Bibliografía

- [1] Baldor, Aurelio. Álgebra Elemental.
- [2] Hawkes, Herbert E. Second-Year Algebra.
- [3] Menesses, Roxana. Matemática 10: enseñanza-aprendizaje.
- [4] Spiegel, Murray R. Theory and Problems of College Algebra.
- [5] Swokowski, Earl. Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.