

ALGEBRA

El álgebra es la rama de la matemática que estudia la cantidad considerada del modo más general posible.

NOTACIÓN ALGEBRAICA

Los símbolos usados en el álgebra para representar las cantidades son los números y las letras. Los números se emplean para representar cantidades ya conocidas y determinadas. Las letras para representar todo clase de cantidades.

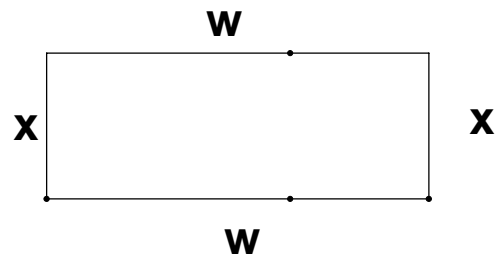
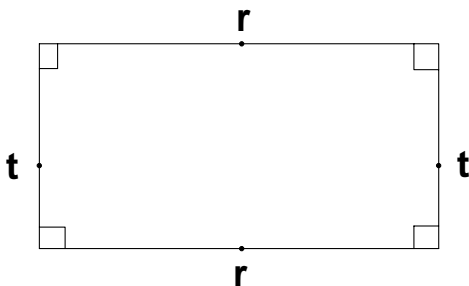
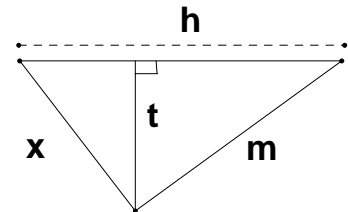
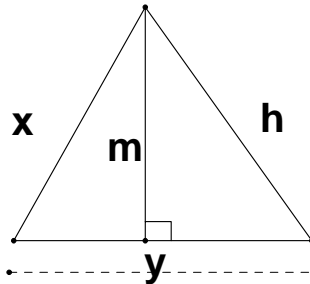
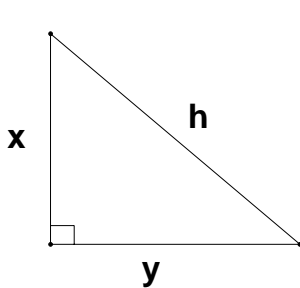
Ejemplo 1:

El área de un triángulo, cuya base mide 5 y su altura es de 10, es $\frac{10 \cdot 5}{2}$, es decir el producto de la base por la altura dividido entre dos. Una expresión algebraica para la forma general del área de un triángulo es $\frac{b \cdot h}{2}$, donde "b" es el valor de la base y "h" el valor de la altura.

En el ejemplo anterior podemos observar que en la expresión existen dos tipos de valores, los desconocidos representados por las letras, y un valor ya conocido representado por el 2, puesto que aunque cambien los valores de la base y la altura en un triángulo siempre de debe dividir por dos para determinar el área.

Ejercicios

Determine el área y el perímetro de las siguientes figuras:



VARIABLE

En una expresión algebraica, las letras reciben el nombre de variable, porque pueden tomar un valor determinado o variado.

No todas las letras que se utilizan en matemáticas representan una variable, por ejemplo también son utilizadas como símbolos, tal es el caso de los del sistema internacional de medidas (m, Km. Kg. etc.)

VALOR NUMERICO

En una expresión algebraica, es el resultado numérico que se obtiene al sustituir las letras por valores numéricos dados y efectuar las operaciones.

Ejemplo 2:

- Si $a = 5$, entonces $3a = 15$;
- Si $a = 3$ entonces $3a = 9$;
- Si $x = 3$ entonces $3x + 2 = 14$;

Ejercicios

Determinar el valor numérico de las siguientes expresiones sabiendo que:

$$a = 2, \quad b = 3, \quad c = 5, \quad m = 8, \quad h = 4$$

- | | |
|--------------------|--------------------------|
| 1. $2ab$ | 2. $3b + 2m$ |
| 3. $\frac{a+m}{2}$ | 4. $\frac{c^2 - h^2}{3}$ |
| 5. $b^2 - 2a$ | 6. $a^2b^2 - m^2$ |
| 7. $\sqrt{2m}$ | 8. $m^2 - 3h + 5a$ |
| 9. $2h - 3a$ | 10. $ab - 3m$ |

TÉRMINO

Es una expresión algebraica, la que une a los números y a las variables con solo la operación multiplicación.

Ejemplo 3:

Las siguientes expresiones son términos: $3x$, $5x^2$, $6m^3y$, $12x^2y^5$.

En un término se le llama factor numérico, o coeficiente numérico, a los números de la expresión y se llama factor literal a las variables con sus respectivos exponentes.

Ejemplo 4:

$6m^3y$	Factor numérico 6
	Factor literal m^3y
$12x^2y^5$	Factor numérico 12
	Factor literal x^2y^5
m^2h^5	Factor numérico 1
	Factor literal m^2h^5

Dos o más términos son semejantes cuando tienen el mismo factor literal, es decir, las mismas letras afectadas por los mismos exponentes.

Ejemplo 5:

- Los términos $6m^2h^5$ y $-9m^2h^5$, son términos semejantes.
- Los términos $5x^2$ y $12x^2$, son términos semejantes.
- Los términos $5x^3y$ y $5xy^3$, no son términos semejantes.
- Los términos $10x^3$ y $5y^3$, no son términos semejantes.

GRADO DE UN TÉRMINO:

Se llama grado de un término a la suma de los exponentes de los factores literales de éste. Si el término no tiene factores literales su grado es cero.

Ejemplo 6:

- El término $6m^2h^5$ es de un término de grado siete.
- El término $5xy^3$ es de un término de grado cuatro.
- El término $-9h^5$ es de un término de grado cinco.

Ejercicios

A. De los siguientes términos, discriminar el factor literal y el factor numérico

	Término	Factor numérico	Factor literal
1.	$5xy^3$		
2.	$-9m^2h^5$		
3.	hkm		
4.	m^2h^5		
5.	$3mn$		
6.	$6m^2h^5$		

B. Hallar el grado de los siguientes términos

1. -5

2. $5x^3y^2z^0$

3. $5x^3y$

4. $4ab$

5. $-3x^3m$

6. $-8x^5y^3z$

7. $-xy^2z$

8. $-9m^2h^5$

SUMA Y RESTA DE TÉRMINO

Para sumar o restar dos términos estos deben de ser semejantes. Y el procedimiento consiste en sumar o restar los coeficientes numéricos y mantener el mismo factor literal.

Ejemplo 7:

- $9m^2h^5 + 3m^2h^5 = 12m^2h^5$
- $5x^3y - 3x^3y = 2x^3y$
- $10x^3 - 18x^3 = -8x^3$
- $13m^2h^5 - m^2h^5 = 12m^2h^5$

Si los términos no son semejantes, no se pueden ni sumar ni restar.

Ejemplo 8:

- $9mh^5 + 3h^2k^5 = 9mh^5 + 3h^2k^5$

Ejercicios**A. Escriba una equis dentro de los paréntesis que corresponden a una pareja de términos semejantes**

() $3x ; 5x^2$

() $ab^2c ; abc^2$

() $12a^2 ; 12b^2$

() $4xy ; 7xy$

() $12yz^2 ; 17y^2z$

() $5qr ; 9qr$

() $mx ; mx$

() $5ab ; 7ab$

() $3wx^5y ; 5wx^3y$

B. Escriba cinco parejas de términos, distintos a los anteriores, que sean semejantes**C. Sumar o restar los siguientes términos, según sea el caso.**

1. $x + 2x =$

2. $8a + 9a =$

3. $11b + 9b =$

4. $-b - 5b =$

5. $-8m - m =$

6. $5hx^2 - 7hx^2 =$

7. $16d^3 - 7d^3 =$

8. $-45jk^2 + 40jk^2 =$

9. $4m^3 - 6m^3 =$

10. $5x + 3x - 4x =$

11. $5w + 7w =$

12. $5x + 3y =$

13. $9hm - 14hm =$

14. $3xy^2 - 3x^2y =$

15. $6mx^2 - 4mx^2 =$

16. $5pq + pq =$

REDUCCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Reducir una expresión algebraica, es sumar y restar todos los términos semejantes que existan en ella.

Ejemplo 9:

$$\bullet \quad 9x + z + 3y - 5x + 7y + 9z = (9x - 5x) + (3y + 7y) + (z + 9z) = 4x + 10y + 10z$$

Cuando en una expresión algebraica todos sus términos no son semejantes, se dice que es una expresión reducida.

Ejemplo 10:

- La expresión $4x + 10y + 10z$ es una expresión algebraica reducida

POLINOMIOS

Un polinomio es una expresión algebraica reducida de uno o más términos.

Ejemplo 11:

Son polinomios las expresiones:

- $4x$
- $10y + 13z$
- $9mh^5 + 3h^2h^5 + 5$
- $9h^5 + 3h^2 + 9mh^5 + 3h^5 - 5d + 4a$

Es importante saber también que al polinomio que consta de un solo término se le llama **MONOMIO**, al que consta de dos términos **BINOMIO** y al de tres términos **TRINOMIO**.

Ejemplo 12:

- $4x$ es un monomio.
- $10y + 13z$ es un binomio.
- $9mh^5 + 3h^2h^5 + 5$ es un trinomio.

GRADO DE UN POLINOMIO:

Se llama grado de un polinomio reducido al mayor de los grados de los términos que lo componen, excepto en que los términos sean igual grado, o haya varios de grados máximos, en cuyo caso este grado común será el grado del polinomio.

Ejemplo 13:

- $x^3 - 2x^2y^2 + xy + y^3$ es un polinomio de grado tres con respecto a "x".
- $m^5 + 4m^4 - 2m^3 + 6m^2 - 2m + 12$ es un polinomio de grado cinco.

POLINOMIO ORDENADO:

Un polinomio se dice ordenado con respecto a una de sus variables cuando sus términos se disponen de modo que los grados de estas variables aparezcan en orden creciente o decreciente, de izquierda a derecha.

Ejemplo 14:

- $x^3 - 2x^2y^2 + xy + y^3$ es un polinomio ordenado con respecto a x en forma descendente.
- $m^5 + 4m^4 - 2m^3 + 6m^2 - 2m + 12$ es un polinomio ordenado en forma descendente.
- $2 + h + h^2 - 3h^3 + 9h^4$ es un polinomio ordenado en forma ascendente.

Ejercicios

A. Expresar como un polinomio reducido las siguientes expresiones algebraicas:

1. $a^2 + b^2 - ab + ab^3 + 3ab + a^3b - 2a^2 - b^2 - ab^3$
2. $z^5 - 2z^3 + z + z^2 + 4z^3 - 2z^2 - z + z^5 - 2z^3$
3. $4ab - 5c + 4x + 8d + 2ab - 2x + c - 2x$
4. $x + y - 3 + 3x - 2y - 6$
5. $3xy + 5yz - 2xy - 3xy - yz + 4xy$
6. $5x - 4x - 3y + 9y$
7. $3xy - 2y + 3z - 3y + 8z + 3xy + z$
8. $w - 2z + 3w + 5x + x + z - z + w$

B. Determinar el grado de los siguientes polinomios

1. $3 - 2x + x^2$
2. $x^3 + x^2 - 3x + 5$
3. $y^5 - 3y^3 - 7$
4. $8h^7 + h^3 - 3h + 5$

C. Ordene los siguientes polinomios en forma descendente con respecto a la variable x

1. $-x^2 + 3x + 8 - 2x^3$
2. $x^2 + x + 5 + x - x^3$
3. $ax^2 + a^2x - x^3 + a^3$
4. $x^2 + x^3 - x + x^2 + 8 - x^3$
5. $xy^3 - x^3y + x^2y^3 - x^4$
6. $x^5 - x + 3 - 2x^3 + 4x^2$

D. Clasifique los siguientes polinomios, una vez reducidos en: monomios, binomios o trinomios.

1. $4x^2$

2. $x^5 + 2$

3. $a - bc$

4. $x^5 - x + 3$

5. $2a^3 - 3a^2 + a^2$

6. $6x^5 - x^5 + 2x^3 + 4x^3$

7. $x^2 - x + 2$

8. $x^3 - 2x^3 + 4x^4$

9. $5x^5 - 2x^3 - 5x^5$

10. $2x + 3y - 5$

11. $x + 1$

12. $a + b$

13. $2x + 4r - z$