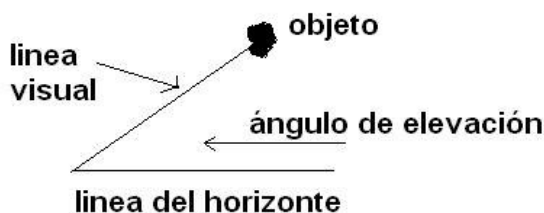


Ángulos de Elevación y de Depresión

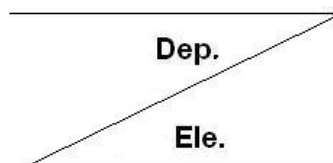
Definición Ángulo de Elevación. Si un objeto esta por encima de la horizontal, se llama ángulo de elevación al ángulo formado por una línea horizontal y la línea visual hacia el objeto.



Definición Ángulo de Depresión. Si un objeto esta por debajo de la horizontal, se llama ángulo de depresión al ángulo formado por una línea horizontal y la línea visual hacia el objeto.

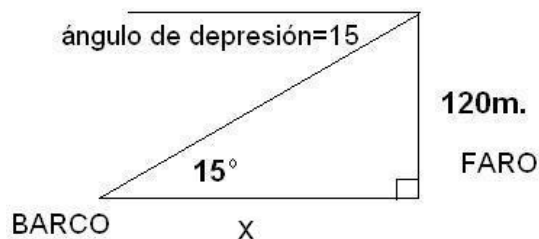


Nota. Los ángulos de elevación y de depresión son congruentes entre rectas paralelas que simulan la línea del horizonte.



Ejemplo 1. Desde lo alto de un faro, cuya altura sobre el nivel del mar es de 120 metros, el ángulo de depresión de una embarcación es de 15° . ¿A qué distancia del faro está la embarcación ?

Solución. Lo primero que tenemos que hacer es dibujar el triángulo que se forma con los datos del problema.



Aunque el problema viene con un ángulo de depresión de 15° , por la nota anterior el ángulo de elevación mide lo mismo.

A partir de aquí hacemos uso de la relación tangente:

$$\tan 15^\circ = \frac{120}{x}$$

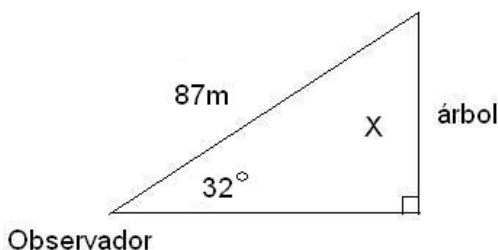
$$x = \frac{120}{\tan 15^\circ}$$

$$x = 448$$

Respuesta: la distancia del barco al faro es entonces, aproximadamente de 448 metros.

Ejemplo 2. Encontrar la altura de un árbol si el ángulo de elevación de un observador al extremo superior del mismo es 32° . La distancia del observador a la cúspide es de 87 metros.

Solución. Dibujando el triángulo. Usando la relación seno:



$$\text{sen } 32 = \frac{x}{87}$$

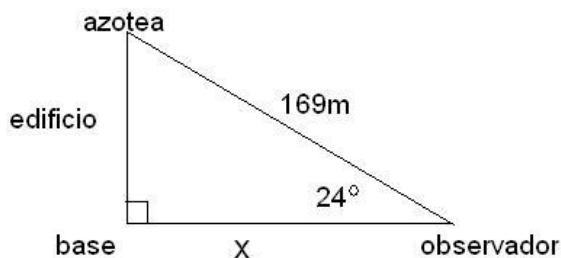
$$x = 87 \cdot \text{sen } 32^\circ$$

$$x = 46$$

Respuesta: la altura del árbol es de aproximadamente 46 metros.

Ejemplo 3. La distancia de un observador a la azotea de un edificio es de 169 metros y el ángulo de elevación que se forma es 24° . Hallar la distancia del observador a la base del edificio.

Solucion. El dibujo correspondiente,



Usaremos la relación coseno:

$$\cos 24^\circ = \frac{x}{169}$$

$$x = 169 \cdot \cos 24^\circ$$

$$x = 154$$

La distancia buscada es de 154 metros aproximadamente.

La pregunta más común a estas alturas es ¿cómo saber cual de las relaciones: seno, coseno o tangente uso en cada problema ?

Daremos una regla práctica que de ninguna manera es general ya que existen varias formas de resolver estos mismos ejercicios.

Por último remarcamos el hecho de hacer un dibujo del triángulo que se forma con los datos del problema, con esto queda claro la relación que se utilizará.

1. Si el problema involucra los catetos adyacente y opuesto, es decir; si se conoce la medida de un cateto y hay que hallar el otro se, debe usar la **tangente**.
2. Si el problema involucra un cateto y la hipotenusa, es decir; se conoce la longitud de la hipotenusa y se pide la del cateto o viceversa, dependiendo del cateto involucrado se tiene:
 - i. si el cateto es el opuesto, entonces es **seno**.
 - ii. si el cateto es el adyacente, entonces es **coseno**.

Ejercicios

1. Desde un punto al nivel del suelo y a 135 metros de la base de una torre, el ángulo de elevación a la parte más alta de la torre es 57° . Calcular la altura de la torre.
R/207,88.
2. Un cable está sujeto a lo alto de una antena de radio y a un punto en el suelo horizontal que está a 40m de la base de la antena. Si el alambre hace un ángulo de 58° , con el suelo, encuentre la longitud del alambre.
R/75,48.
3. Para medir la altura de una capa de nubes, un estudiante de meteorología dirige la luz de un faro verticalmente hacia arriba desde el suelo. Desde un punto P situado a 1000m del faro, se mide el ángulos de elevación de la imagen de la luz en las nubes, siendo esta de 59° . Hallar la altura de la capa de nubes.
R/1 664,28.
4. Calcular el ángulo de elevación al sol, si una persona que mide 165cm de estatura proyecta una sombra de 132cm de largo a nivel del suelo.
R/ 51° .
5. Un constructor desea construir una rampa de 8m de largo que se levanta a una altura de 1.65m sobre el nivel del suelo. Encuentre el ángulo de la rampa con la horizontal.
R/ 12° .
6. Una banda transportadora de 9 metros de largo puede bajar o subir hidráulicamente para descargar pasajeros de los aeronaves. Encuentre el ángulo que hay que levantar para llegar a una puerta de un avión que está 4 metros arriba de la plataforma que la sostiene.
R/ 26° .
7. Una banda transportadora de 9 metros de largo puede bajar o subir hidráulicamente hasta un ángulo de 40° , para descargar pasajeros de los aeronaves. Hallar la altura máxima sobre la plataforma a que la banda transportadora puede llegar.
R/5,79.
8. La estructura natural más alta hecha por el hombre, en el mundo, es una torre transmisora de televisión situada en Fargo, Dakota del Norte. Desde una distancia de 1600 metros a nivel del suelo, su ángulo de elevación es de 21° . Determinar su altura en metros.
R/614,18.
9. Una escalera que mide 6.6 metros se apoya en un edificio y el ángulo entre ambos es de 22° . Calcular la distancia del pie del edificio hasta donde se apoya la escalera en el suelo.
R/2,47.
10. Una escalera que mide 6.6 metros se apoya en un edificio. Si la distancia del pie del edificio a la parte de la escalera que esta en el suelo aumenta 1 metro (ver el ejercicio

- anterior). ¿Aproximadamente cuánto bajará del edificio la parte alta de la escalera ?
R/0,51.
11. Desde un punto A que está a 8.2 metros sobre el nivel del suelo, el ángulo de elevación a la parte alta de un edificio es de 31° . Encuentre la altura del edificio. R/4,93.
 12. Cuando se observa la parte más alta de la torre Eiffel desde una distancia de 66 metros de su base, el ángulo de elevación es 79° . Hallar la altura de la torre. R/339,5m
 13. Desde la parte alta de una torre de 120m de altura, el ángulo de depresión de un objeto colocado en el plano horizontal de la base de la torre es de 24° . ¿Qué tan lejos está el objeto del pie de la torre ? ¿A qué distancia del observador está el objeto ?
R/269,52 y 295,03.
 14. Una persona hace volar un cometa y sostiene una cuerda 1.2m sobre el nivel del suelo. La cuerda del cometa está tensa y forma un ángulo de 60° con la horizontal. Calcular la altura del cometa sobre el nivel del suelo, si se sueltan 500m de cuerda.
R/434,21.
 15. En un faro que está a 58,2 metros sobre el nivel del mar, el ángulo de depresión de un pequeño bote es de 11° . ¿Que distancia hay entre el punto de observación y el bote?
R/305,02.
 16. Un edificio proyecta una sombra de 950m cuando el ángulo de elevación de los rayos solares es de 25° . Hallar la altura del edificio.
R/442,99.
 17. El ángulo de elevación de un barco a la punta de un faro de 50m de alto, situado en la costa, mide 13° . ¿ Qué tan lejos de la costa se encuentra el barco? R/216,57.
 18. Calcular la longitud de una escalera que se apoya contra una pared a 10dm de altura, de manera que el ángulo formado por la escalera y el piso horizontal mide 30° . R/20.
 19. Un árbol proyecta una sombra de 12m y el ángulo de elevación de la punta de la sombra la punta del árbol es de 52° . Determine la altura del árbol. R/15,36.
 20. Determinar la medida de la sombra de un edificio, sabiendo que cuando los rayos del sol forman un ángulo de 60° con dicho edificio y la altura es de 75m. R/43,30.
 21. Un avión está volando a una altura de 10 000m. El ángulo de elevación desde un objeto en la tierra hacia el avión mide 30° . ¿Qué tan lejos se encuentra el objeto del avión?
R/20 000.
 22. Una rampa tiene 400m de longitud. Se eleva a una distancia vertical de 32m. Determine la medida del ángulo de elevación.
R/ 5° .

23. La cuerda de un papelote mide 40m y se encuentra atada a un piso por uno de los extremos formando un ángulo de elevación de 37° . Si la cuerda se mantiene tensa, hallar la altura a que se encuentra el papelote. R/24,07.
24. Un papelote está volando al extremo de una cuerda en línea recta de 200m, la cual sujeta un niño de 1.2m de estatura. La cuerda hace un ángulo de 68° respecto a la horizontal. ¿Qué tan alto se encuentra el papelote del suelo? R/186,64.
25. Una escalera de 30m de longitud, forma un ángulo de 55° con el suelo mientras se inclina contra el muro de un edificio. ¿ A qué altura toca la pared ? R/24,57.
26. Un peñasco está a 150m arriba del nivel del mar. Desde el peñasco el ángulo de depresión de un barco en el mar mide 8° . ¿Qué tan lejos está el barco de la base del peñasco? R/ 1067,31.
27. Un observador situado en la azotea de un edificio observa un objeto en el suelo con un ángulo de depresión de 32° . Si la altura del edificio es de 48m. Encuentre la distancia que hay del objeto a la base del edificio. R/ 76,82.
28. Desde la azotea de un edificio a 10m de altura, una persona observa a un niño. Si el ángulo de depresión del observador es de 25° . Hallar la distancia del niño a la base del edificio. R/ 21,45.

Bibliografía

- [1] Ayres, Frank. Trigonometría Plana y Esférica.
- [2] Geltner, Peter y otros. Geometría y Trigonometría.
- [3] Meneses, Roxanna. Matemática: enseñanza-aprendizaje.
- [4] Taylor, Howard E. y Thomas L. Wade. Matemáticas Básicas: con vectores y matrices.