

# EJERCICIOS: ÁREAS

**Temas a Evaluar:** área de un círculo, perímetro de la circunferencia, longitud de un arco, sector circular, segmento circular, corona circular y áreas sombreadas.

1. Encuéntrese el área de los círculos con radios respectivos de:

$r=2$

$r=5\frac{1}{2}$

$r=12.8$

$r=\pi$

$r=\sqrt{10}$

2. Encuéntrese el área de los círculos con diámetros respectivos de:

$d=6$

$d=7\frac{1}{5}$

$d=3\pi$

$d=4\sqrt{5}$

$d=8.04$

3. Encuéntrese el área de un círculo con circunferencias:

$C=2\pi$

$C=6\pi$

$C=\sqrt{12}\pi$

$C=4.62\pi$

$C=10$

4. Encuéntrese el radio de un círculo con áreas de:

$144\pi$

$225\pi$

$12\pi$

$100$

$58.71$

$108.26$

5. Encuéntrese el diámetro de un círculo con circunferencia de longitud:

$18\pi$

$100\pi$

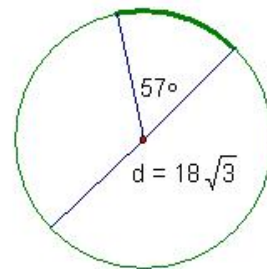
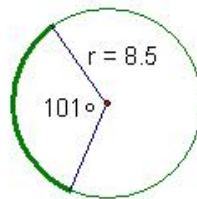
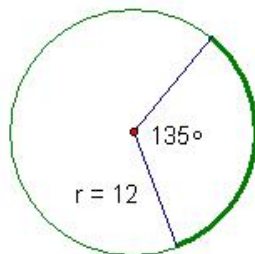
$27\pi$

$104$

$67.25$

$240.12$

6. Encuentre la longitud del arco subtendido por el ángulo central y radio dado:

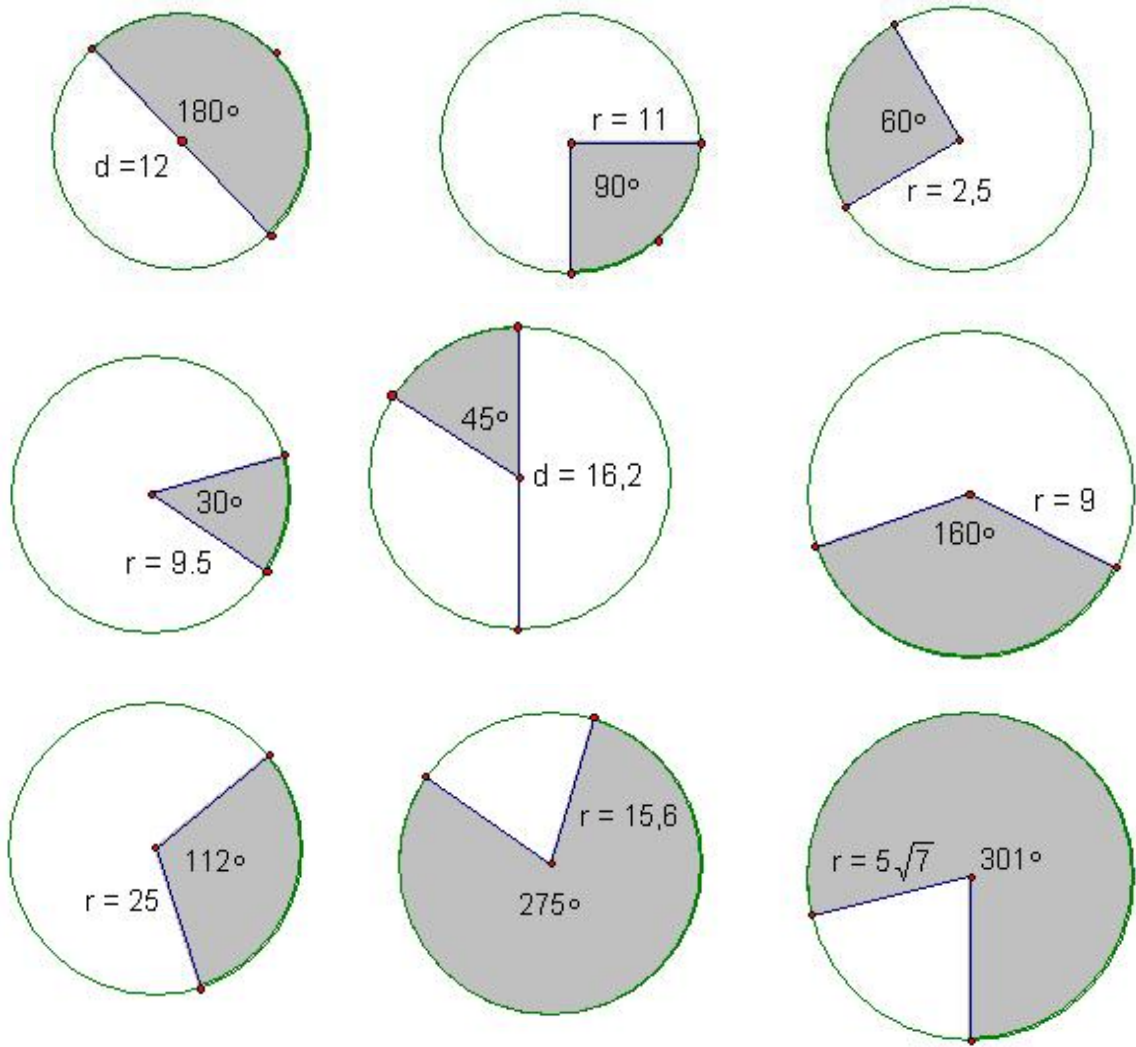


7. Encuentre la longitud del arco subtendido por el ángulo central y radio dado:

- Ángulo central,  $112^\circ$ . Radio 8 cm.
- Ángulo central,  $32^\circ$ . Radio 17 m.
- Ángulo central,  $168^\circ$ . Radio 18,45 pulg.
- Ángulo central,  $74^\circ$ . Radio 13.6 cm.

8. Dos círculos tienen radios de 4 y 5 cm, respectivamente. ¿Cuál es la razón entre sus áreas ?

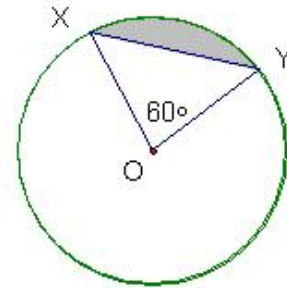
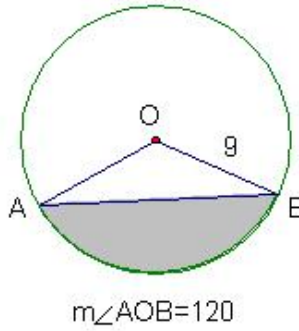
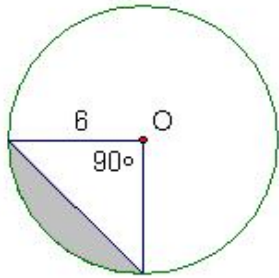
9. Dos círculos tienen radios de 10 y 12 cm, respectivamente. ¿Cuál es la razón entre sus áreas ? ¿ Cuán grande es la mayor respecto a la menor?
10. Dos círculos tienen radios de 6 y 15 cm, respectivamente. ¿Cuál es la razón entre sus áreas ? ¿ Cuán grande es la mayor respecto a la menor?
11. Encuéntrese el área de los sectores circulares sombreados. Responda en función de  $\pi$ .



12. Encuéntrese el área aproximada de los sectores circulares siguientes. Empleése  $\pi = 3,14$ .

- Ángulo central,  $50^\circ$ . Radio 3 cm.
- Ángulo central,  $75^\circ$ . Radio 5.8 m.
- Ángulo central,  $15^\circ$ . Radio 10 pulg.
- Ángulo central,  $194^\circ$ . Radio 24.6 cm.

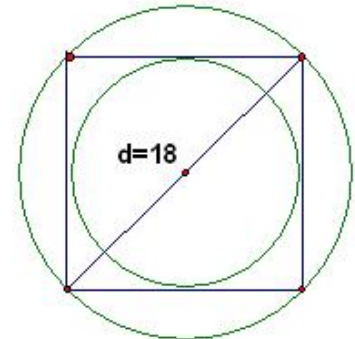
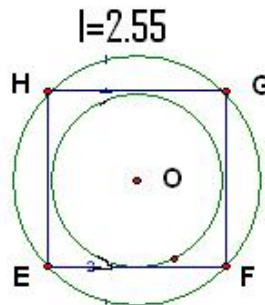
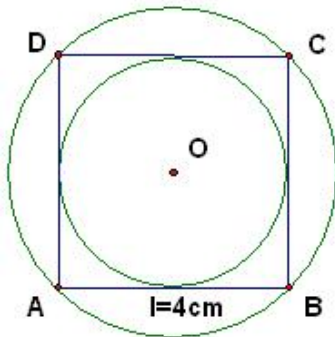
13. Hallar la medida del segmento circular del círculo de centro O.



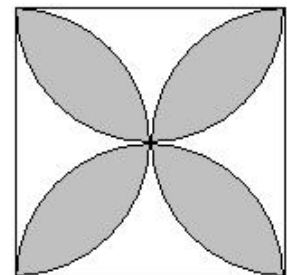
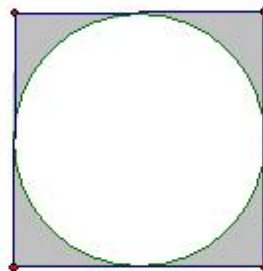
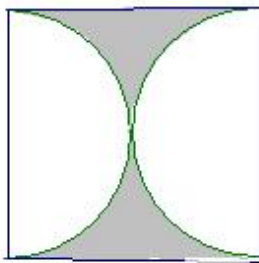
14. Encuéntrese el área aproximada de los segmentos circulares siguientes. Empleése  $\pi = 3,14$ .

- Ángulo central,  $65^\circ$ . Radio 15 cm.
- Ángulo central,  $102^\circ$ . Radio 20 pulgadas.
- Ángulo central,  $24^\circ$ . Radio 19 m.
- Ángulo central,  $150^\circ$ . Radio 17,4 m.

15. Encuéntrese el área de los círculos inscritos y circunscritos a un cuadrado con las medidas indicadas.

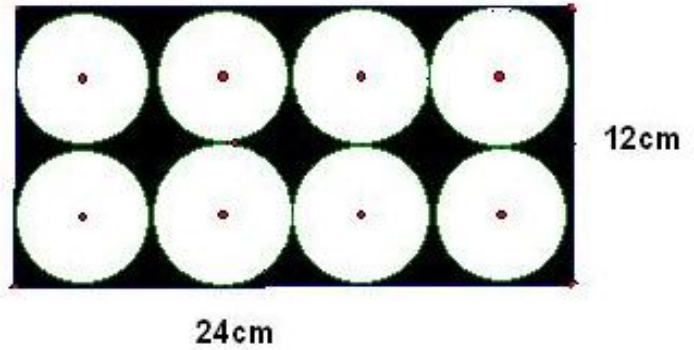
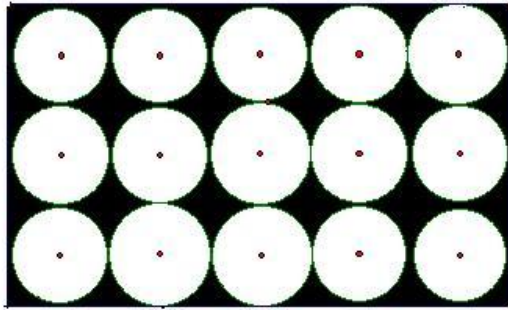


16. Hallar el área de la región sombreada. La longitud de cada lado de los cuadrados es 3.

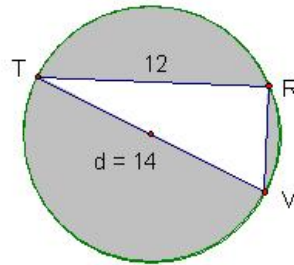
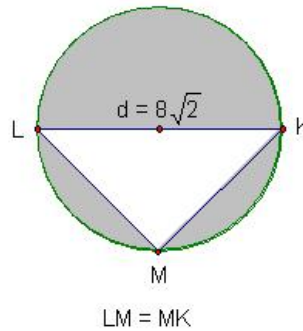
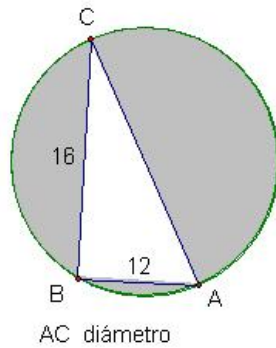


17. Resuelva lo mismo con las figuras del ejercicio anterior, pero con lado igual a  $8 + 5\pi$ .

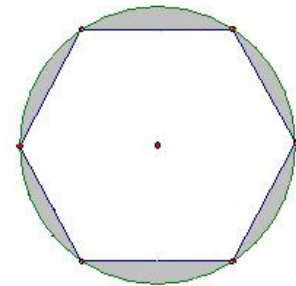
18. Unos círculos tangentes exteriormente uno a uno, con radios congruentes ( $r=2$ , en el de la izquierda), están colocados en un rectángulo como lo ilustran las figuras. ¿Cuál es el área de la región sombreada en ambos casos ?



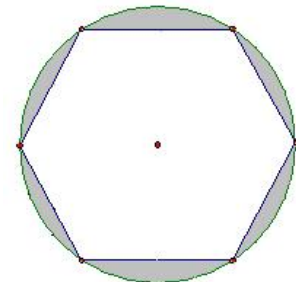
19. En la figuras adjuntas hallar el área sombreada en cada caso.



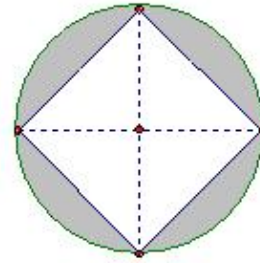
20. En el hexágono regular el radio de la circunferencia circunscrita es 12. Encuentre el área sombreada.



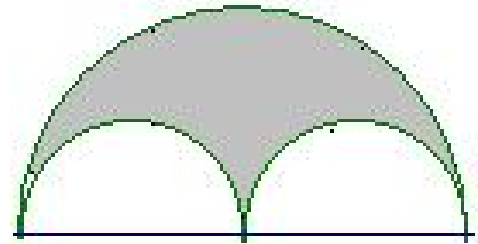
21. La apotema del hexágono regular inscrito en el círculo mide 13. Encuentre el área sombreada.



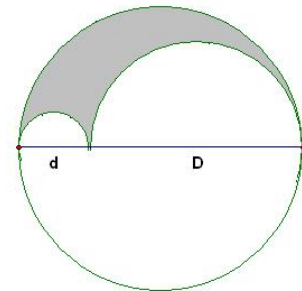
22. El lado del cuadrado inscrito es 7 cm. Hallar el área sombreada.



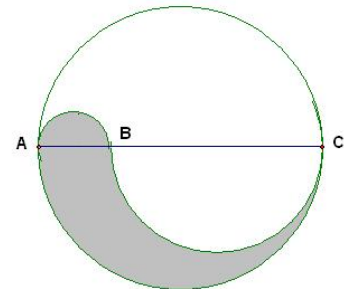
23. En la figura, el diámetro de cada semicircunferencia pequeña es igual al radio de la semicircunferencia grande. Si el radio de la semicircunferencia grande es 22, ¿ cuál es el área de la región sombreada ?



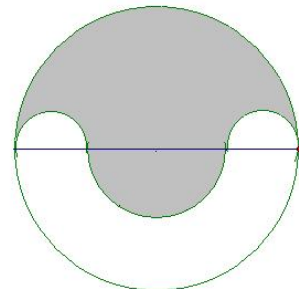
24. El diámetro de la semicircunferencia mayor es  $D=10$ ; el diámetro de la semicircunferencia menor es de  $d=4$ . Hallar el área sombreada.



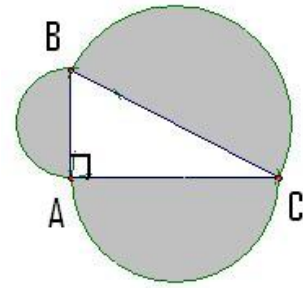
25. Si  $BC=3AB$  y  $AB= 5$ . Encuentre el area sombreada de la figura.



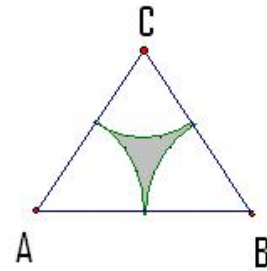
26.  $D=12$ ,  $d=4$ . Hallar el área sombreada.



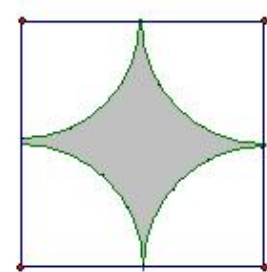
27. Compruebe que las sumas de las áreas de los 2 semicírculos menores es igual que el área del semicírculo mayor.  $AB=3$ ,  $BC=4$  y  $AC=5$ .



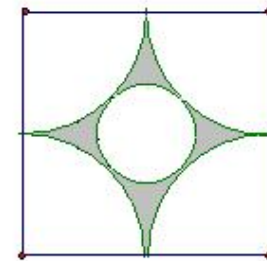
28. Si  $\triangle ABC$  es un triángulo equilátero con lado igual a 20, ¿cuál es el área encerrada?



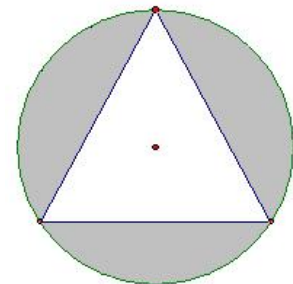
29. El lado del cuadrado es 4 cm; los arcos de circunferencias son congruentes. Hallar el área sombreada.



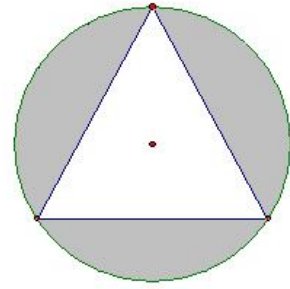
30. Hallar el área sombreada de la figura adjunta. El lado del cuadrado mide 12 cm.



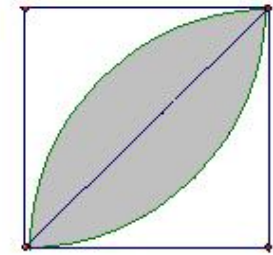
31. Hallar el área sombreada de la figura adjunta. La apotema del triángulo equilátero mide 6 cm.



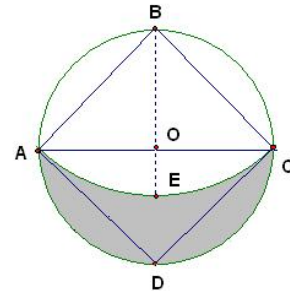
32. Hallar el área sombreada de la figura adjunta. El radio del triángulo equilátero mide 12 cm.



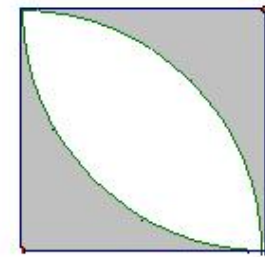
33. El lado del cuadrado mide  $\sqrt{2}$ ; los arcos de la circunferencia son congruentes. Hallar el área sombreada.



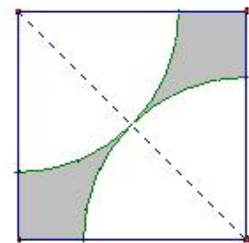
34. El cuadrado ABCD esta inscrito en el círculo de centro O.  $\overline{AO} = 5$ . Hallar el área sombreada de la figura.



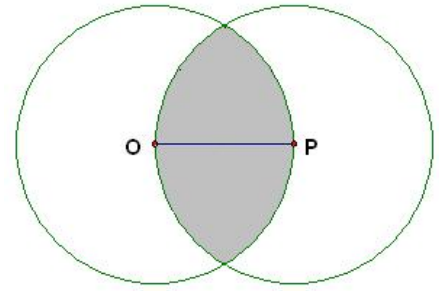
35. Hallar el área sombreada, de la figura sabiendo que el lado del cuadrado mide 8.



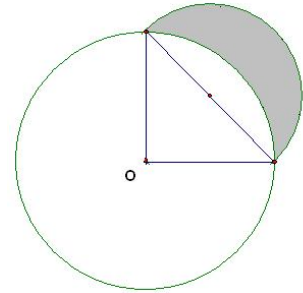
36. Hallar el área sombreada, de la figura sabiendo que el lado del cuadrado mide 6.



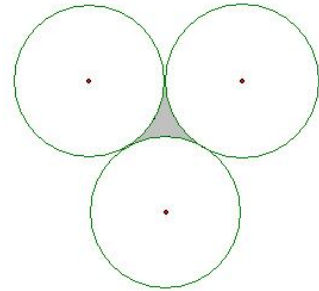
37. Hallar el área sombreada, si  $\overline{OP} = 20$ . Las dos circunferencias son secantes y congruentes.



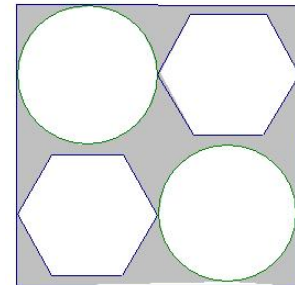
38. Hallar el área sombreada. El radio de la circunferencia mayor mide 4 cm. El ángulo O es central y es cuadrantal.



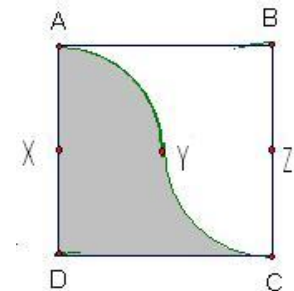
39. Hallar el área sombreada. El radio de las tres circunferencias tangentes exteriormente mide 9 cm.



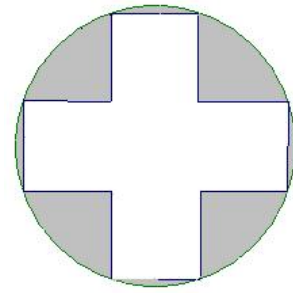
40. Hallar el área sombreada. El lado del cuadrado es 40. Los hexágonos son regulares y congruentes entre si; tienen el mismo radio que las circunferencia, las cuales son congruentes.



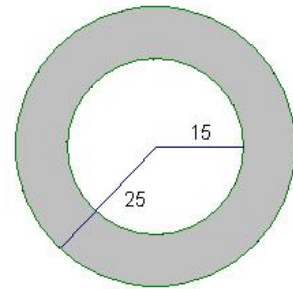
41. El cuadrilátero ABCD es un cuadrado de lado 16. Además X, Y y Z son los puntos medios de los lados respectivos según la figura. Los centros de los arcos  $\widehat{AX}$  y  $\widehat{CY}$  son X y Y, respectivamente. Determine el área de la región sombreada.



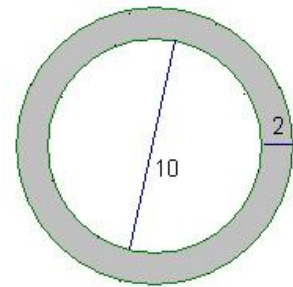
42. El polígono de 12-lados que se muestra en la figura, tiene 8 de sus vértices en una circunferencia. Todos sus lados son congruentes y además todos sus ángulos son rectos. Se sabe que la longitud de cada lado es 4, determine el área de la parte de la región circular exterior al polígono.



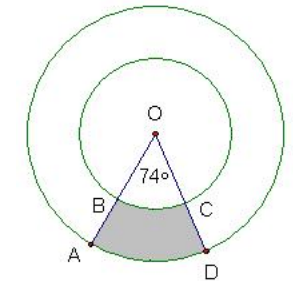
43. Dos circunferencias concéntricas tienen de radio 25 y 15 respectivamente. Hallar el área de la corona circular formada por ambas.



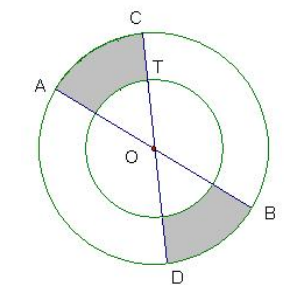
44. La figura siguiente representa la sección transversal de una tubería de 2 cm de espesor que tiene un diámetro interior de 10 cm. Encuentre el área de la región sombreada.



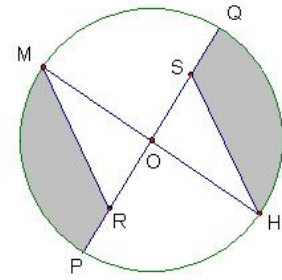
45. Determinar el área y el perímetro del sector sombreada, si;  $OD=16$ ,  $AB=6$ ,  $O$  es el centro de la circunferencia.



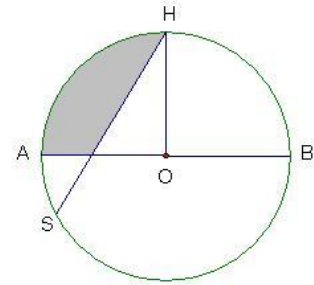
46. De acuerdo con los datos de la figura, si  $O$  es centro de los círculos,  $CD=18$ ,  $m\triangle DOB=80$  y  $CT=4$ . Determinar el área y el perímetro de la región sombreada.



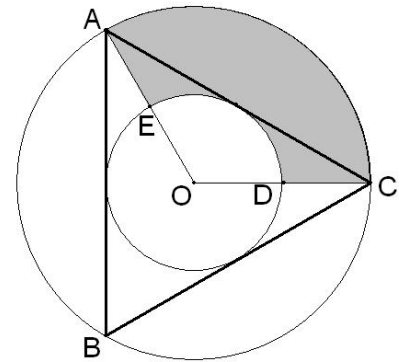
47. Considere la siguiente figura, En la circunferencia de centro  $O$ , si  $MH \perp PQ$ ,  $MR \cong SH$ ,  $RO=7$  y  $MH=20$ . ¿Cuál es la suma de las áreas sombreadas ?



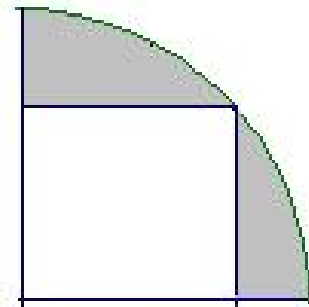
48. De acuerdo con los datos de la figura, si  $AB$  es un diámetro de medida  $4\sqrt{3}$  y  $m\angle OHS=30^\circ$ ; entonces, ¿ cuál es la medida de la región sombreada ?



49. Determinar el área y el perímetro del sector sombreado, si  $O$  es el centro de la circunferencia,  $\triangle ABC$  es equilátero,  $OC=16$  y  $AE=9$ .

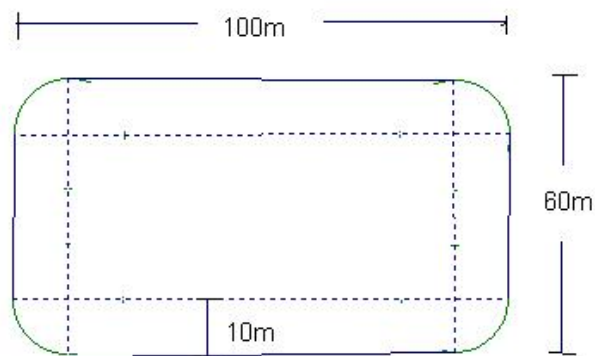


50. En la figura, se muestra un cuadrado inscrito en un sector de  $90^\circ$  cuyo radio es 16. Hallar el área sombreada.



## PROBLEMAS de APLICACIÓN

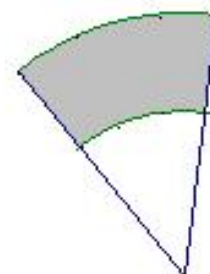
1. ¿ Pasará más agua por tres tubos de 2 centímetros o por un tubo de 6 centímetros ? Justifique su respuesta.
2. Una torre redonda, con una circunferencia de 10 metros, está rodeada por una valla situada a dos metros de la torre, ¿ cuál es la longitud de la valla ?
3. Si un galón de pintura cubre 400 pies cuadrados, ¿ cuántos galones se necesitan para pintar un granero (sin contar el tejado) que mide 4 metros de diámetro y 17 metros de altura ?
4. ¿ Qué distancia recorre una bicicleta por cada 25 vueltas de una rueda si el diámetro exterior de cada rueda es de 74 cm ?
5. Cierta circunferencia tiene un radio de 7,5 m. ¿ Cuánto mide en radianes el ángulo central que intercepta un arco de 18,75 m ?
6. Con una varilla de construcción gruesa, una persona desea construir dos aros para jugar baloncesto, de modo que cada uno de ellos tenga 0,45 m de diámetro ¿ Cuántos metros de varilla necesita ?
7. Se quiere construir, con cartulina, una región circular cuyo perímetro sea 40 cm y una región cuadrada cuyo perímetro sea 40 cm, ¿ en cuál de ellas se empleará más cantidad de material ?
8. Dibuje dos circunferencias tangentes tales que una de ellas pase por el centro de la otra y calcule el área de la región limitada por éstas, sabiendo que el área del círculo menor es  $4 \text{ cm}^2$ .
9. Una pista para actividades atléticas tiene la forma y las longitudes dadas en la siguiente figura. Si cada uno de los arcos que forman las esquinas miden  $90^\circ$ , calcule el área de la pista.



10. Las diagonales de un rombo miden 5 y 12 cm respectivamente. Calcule el área de un círculo inscrito en el rombo.
11. Si el área de un sector circular es un décimo del área del círculo, ¿ cuál es el ángulo central del sector ?
12. Un trapecio isósceles tiene bases de 8 y 20 cm; se inscribe en él una circunferencia, ¿ cuál es la longitud de esta circunferencia ?
13. Un trapecio isósceles cuyas bases miden 2 y 6 centímetros, respectivamente, se circunscribe a una circunferencia. Determine el área de la parte de la región del trapecio que está fuera de la circunferencia.

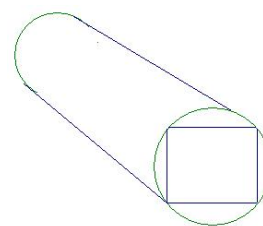
14. Una pizza tiene un diámetro de 40 cm y fue dividida en 8 porciones congruentes, qué área de la superficie de la pizza tiene cada porción ?
15. En una circunferencia de radio 10 cm, la longitud de un arco es 10,46. Calcular el ángulo central que describe tal arco.
16. En un centro infantil se utiliza una mesa redonda para juegos. Dicha mesa se puede convertir en hexágono regular plegando seis segmentos circulares congruentes de ella. Si el diámetro de la mesa es de 120 cm, ¿ cuál es el área de cada uno de los segmentos que se pliegan ?
17. Se tienen dos circunferencias concéntricas, el radio de la circunferencia mayor mide el doble que el de la menor. ¿ Cuántas veces es más grande el sector circular de la circunferencia mayor respecto a la menor, si el ángulo central común mide  $45^\circ$  ?
18. Una circunferencia de radio 10 cm se divide en 8 arcos congruentes, entonces ¿ cuánto mide la longitud de cada arco ?
19. En una circunferencia de radio 5 cm se inscribe un cuadrado; ese cuadrado determina cuatro segmentos circulares. ¿Cuál es el área de cada uno de ellos ?
20. En una circunferencia de radio 22 se determina un arco de  $30^\circ$ . ¿cuál es la longitud de ese arco ? ¿cuál es el área del sector circular correspondiente ?
21. Un sector circular tiene área  $5\pi$ , el radio de la circunferencia a la que pertenece es 12, ¿ cuántos grados mide el arco correspondiente ?

22. Los arcos de la siguiente figura corresponden a círculos concéntricos de radio 15 y 10 respectivamente. Si el ángulo mide  $75^\circ$ , calcule el área de la región sombreada.

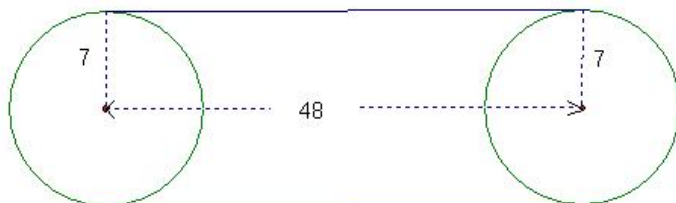


23. Determine el área de un segmento circular cuyo arco tiene una longitud de  $4\pi$  y el radio de la circunferencia es 8.
24. La razón entre las áreas de dos círculos es 9 a 4. ¿Cuál es la razón entre sus radios ?
25. La razón entre las áreas de dos círculos es 8 a 5. ¿Cuál es la razón entre sus radios ?
26. Determine la longitud del radio de un arco cuya longitud es de 9.6 m y que está determinado por un ángulo central de 1,2 radianes.
27. Calcule la longitud de un arco de  $80^\circ$  en una circunferencia de 4 m de radio.
28. ¿ Qué ángulo describe una rueda de 1,5 m de radio cuando recorre una distancia de 3 m ?
29. Un tren transita por una curva circular de 0,5 km de radio con una velocidad de  $20 \frac{km}{h}$ . determine el ángulo que recorre en 10 segundos
30. El diámetro de una rueda de bicicleta es 70 cm. ¿ Qué distancia recorre la bicicleta con cada vuelta de la rueda ?

31. La longitud de la circunferencia de un tronco es 62,8 pulgadas. ¿Cuál será la longitud del lado de una sección transversal de la mayor viga cuadrada que puede recortarse del tronco ? (Use  $\pi=3,14$ )

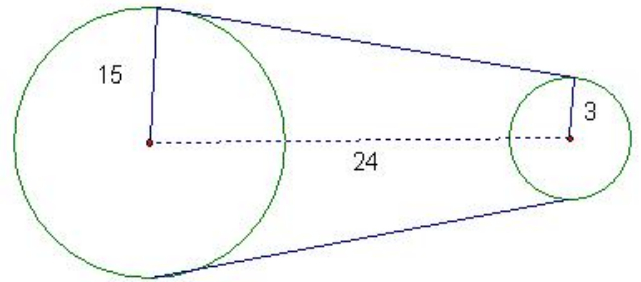


32. ¿Cuál es el radio de una circunferencia cuya longitud es  $\pi$  ?
33. Se va a construir una cerca de forma cuadrada para encerrar una piscina circular cuyo diámetro es 12 metros. Se requiere que la longitud total de la cerca sea el doble de la circunferencia de la piscina. ¿Cuál será la longitud de un lado de la cerca ?
34. La Tierra está a una distancia del Sol de 155 000 000 km, aproximadamente. La trayectoria de la Tierra alrededor del Sol es casi circular. ¿Qué distancia recorreremos «en orbita» alrededor del Sol cada año ?
35. La longitud de un lado de un hexágono regular es 6. ¿Cuál será la longitud de la circunferencia circunscrita ?; ¿ y de la circunferencia inscrita ?
36. Los radios de tres circunferencias son 1 metro, 10 metros y 10 000 metros, respectivamente. El radio de cada circunferencia se aumenta en un metro, de manera que los nuevos radios son 2, 11 y 10 001 metros, respectivamente. Determine el aumento en la longitud de cada circunferencia debido a la variación del radio.
37. Calcular el área de una cara de una arandela de hierro, si se sabe que su diámetro es  $1\frac{1}{4}$  centímetros y que el diámetro del agujero es 0,5 centímetro.
38. La longitud de la circunferencia correspondiente a un círculo y el perímetro de un cuadrado son 20 unidades cada uno. ¿Cuál tendrá el área mayor, el círculo o el cuadrado ? ¿Cuánto mayor?
39. Una circunferencia de longitud  $4\pi$  se inscribió en un rombo cuyo perímetro es 20. Calcúlese el área total de las regiones limitadas por la circunferencia y el rombo.
40. El minutero de un reloj en la torre de un edificio público tiene 2 metros de largo. Determine la distancia que recorre la punta del minutero en 5 minutos. ¿Cuántos centímetros recorrerá la punta del minutero en 1 minuto ?
41. Al proyectar edificios muy altos, los ingenieros deben tener en cuenta un movimiento oscilatorio que es típico de todos los rascacielos. La altura del edificio Empire State hasta el piso 102 es 1250 pies. Si el edificio a esta altura describe un arco de  $0,5^\circ$ , ¿ qué distancia recorre al moverse de un lado a otro ?
42. En una máquina, los centros de dos poleas están separados 48 pulgadas y el radio de cada polea mide 7 pulgadas, ¿ qué longitud debe tener la correa para que abarque a las dos poleas ?

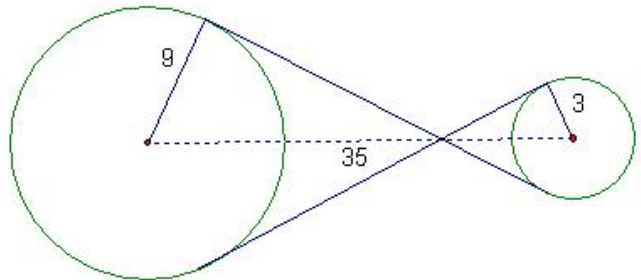


43. Calcule la longitud de una correa que une dos poleas de 35 cm de diámetro, cuyos centros distan 135 cm.

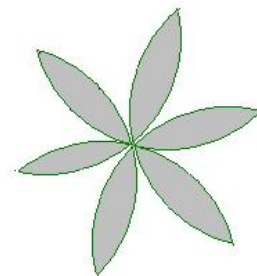
44. En la figura, se representa una faja continua en torno a dos piñones. Los radios de los piñones son 3 y 15 centímetros y la distancia entre sus centros es 24 cm. Calcúlese la longitud de la faja.



45. En la figura, se representa una faja continua en torno a dos piñones de manera que estas giran en sentido opuesto. Los radios de los piñones son 3 y 9 pulgadas y la distancia entre sus centros es 35 pulgadas. Calcúlese la longitud de la faja.



46. Un rectángulo de cartulina se enrolla para formar un tubo de 12 pulgadas de largo y 3 de diámetro. ¿Cuál es el área del rectángulo de cartulina ?
47. En los pedales de una bicicleta, el pinón más grande, tiene 50 dientes, y el pequeño, 20. Cuando los pedales completan dos vueltas, ¿cuántas vueltas da la rueda ?
48. Determine la longitud aproximada del radio de la Tierra suponiendo que en el ecuador terrestre es circular y mide 40 000 km.
49. Supóngase que el ecuador terrestre es un círculo perfecto con radio de 6 400 km, y que se ciñe una cuerda a su alrededor. Supóngase que luego se añadió un trozo de cuerda de 200 km y se estiro para formar una valla, ¿qué distancia hay entre la valla y la Tierra ?
50. El radio de cada un de los arcos circulares que forman la figura de seis pétalos es el mismo que el radio de la circunferencia que contiene las puntas exteriores de todos los pétalos. Si el radio es 1, ¿cuál es el área de la figura ?



# Bibliografía

- [1] Baldor, Aurelio. Geometría; Plana y del Espacio y Trigonometría.
- [2] Clemens, Stanley. Geometría.
- [3] Moise, Edwin E. Geometría Elemental desde un Punto de Vista Avanzado.
- [4] Moise, Edwin E. y Floyd L. Downs. Geometría Moderna.
- [5] Ruiz, Angel y Hugo Barrantes. Geometrías.