

ÁREA DE UN TRIÁNGULO

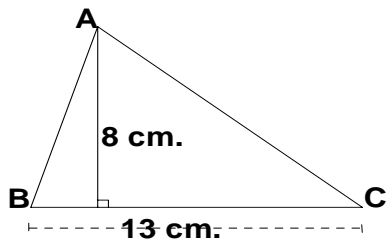
Para determinar el área de un triángulo es muy usual utilizar la formula:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Donde "b" es la base y "h" la altura del triángulo. Esta formula se utiliza cuando se tiene el valor de la base y de la altura.

Ejemplo 1:

El área del triángulo que representa la figura es de 52cm^2 .



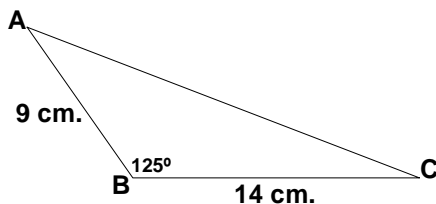
Puesto de: $b = 13\text{cm.}$ y $h = 8\text{cm.}$

$$A = \frac{13 \cdot 8}{2} = 52$$

En cierto tipo de problemas esta formula obliga al calculo, previo del valor de la altura o del la base, porque no es proporcionado por el mismo.

Ejemplo 2:

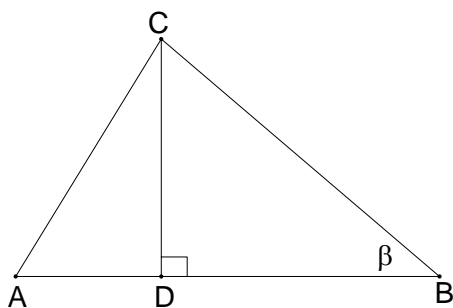
Determinar el área del triángulo representado por la figura:



En este caso, el determinar el área del triángulo, con la formula $A = \frac{b \cdot h}{2}$ lleva a la necesidad de establecer la medida de la altura primero.

Para establecer la formula que nos ayudaría a encontrar de forma directa el área de los problemas de este tipo, analizaremos la aplicación de la primera formula en un triángulo rectángulo, para luego generalizarlo para cualquier triángulo.

Para esto analicemos lo siguiente:



Para el ΔABC , el área es igual $\frac{AB \cdot CD}{2}$

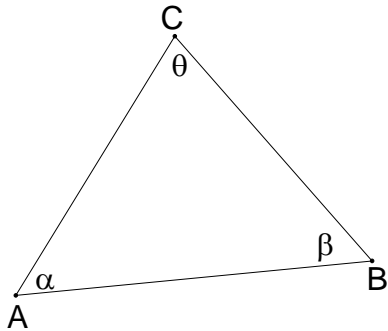
Además $\text{sen}\beta = \frac{CD}{BC} \Rightarrow BC \cdot \text{sen}\beta = CD$

Si sustituimos CD, en la formula del área, se obtiene $\frac{AB \cdot BC \cdot \text{sen}\beta}{2}$

Por lo tanto para el ΔABC , $\frac{AB \cdot CD}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot \text{sen}\beta}{2}$

De lo anterior podemos deducir, es posible determinar el área de un triángulo teniendo la medida de dos de sus lados y la medida del ángulo comprendido entre ellos.

Por lo que para todo ΔABC , se puede determinar el área mediante las siguientes formulas, según sea el caso



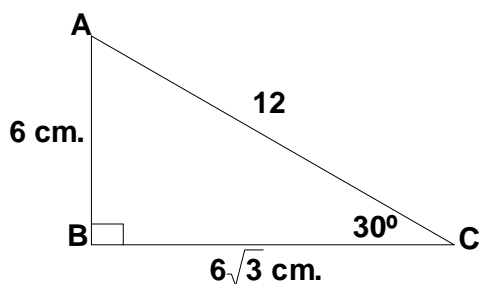
$$\text{Área} = \frac{AC \cdot AB \cdot \text{Sen}\alpha}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{BC \cdot AB \cdot \text{Sen}\beta}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{BC \cdot AC \cdot \text{Sen}\theta}{2}$$

Ejemplo 3:

Hallar el área del triángulo de la figura:



Usando la fórmula $A = \frac{b \cdot h}{2}$ tenemos que

$$A = \frac{6\sqrt{3} \cdot 6}{2} = 18\sqrt{3}$$

Por lo que el área del $\Delta ABC = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Sabiendo de antemano que $\text{sen}30^\circ = 0,5$, el área del ΔABC utilizando la otra formula es

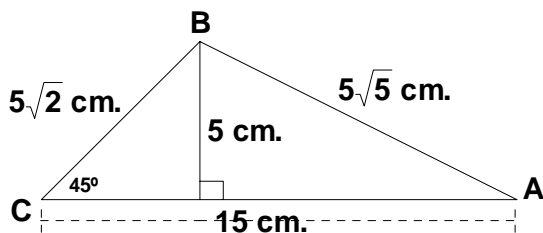
$$A = \frac{\text{sen}(30) \cdot 12 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = \frac{(0,5) \cdot 12 \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$$

El resultado es el mismo en ambos casos.

Aplicando esto en un triángulo que no es rectángulo:

Ejemplo 4:

Hallar el área del ΔABC



Usando la fórmula $A = \frac{b \cdot h}{2}$ tenemos que

$$A = \frac{5 \cdot 15}{2} = \frac{75}{2}$$

Por lo que el área del $\Delta ABC = \frac{75}{2} \text{ cm}^2$.

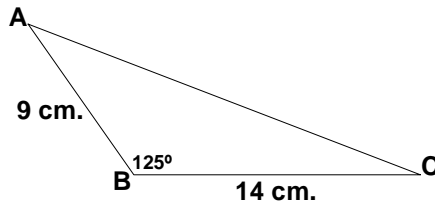
Sabiendo de antemano que $\text{sen}45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, el área del ΔABC utilizando la otra formula es

$$A = \frac{\text{sen}(45) \cdot 15 \cdot 5\sqrt{2}}{2} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot 15 \cdot 5\sqrt{2}}{2} = \frac{75}{2}$$

El resultado es el mismo en ambos casos.

Ejemplo 5:

Determinar el área del ΔABC

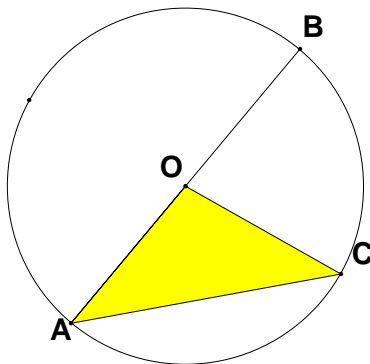


El área del $\Delta ABC = \frac{9\text{cm} \cdot 14\text{cm} \cdot \text{sen}(125)}{2} \approx \frac{9\text{cm} \cdot 14\text{cm} \cdot 0,82}{2} \approx \frac{103,32\text{cm}^2}{2} \approx 51,66\text{cm}^2$

Esta formula es de mucha utilidad para determinar el área de ejercicios en que los triángulos se encuentran inscritos en una circunferencia.

Ejemplo 6:

Hallar el área de la región destacada en amarillo, en la figura de centro O, sabiendo que $\overline{AB} = 8\text{cm}$. y $m\angle AOC = 100^\circ$.



Solución:

La región destacada es el ΔAOC , donde la medida de sus lados \overline{AO} y \overline{OC} son congruentes por ser ambos radios de la circunferencia de centro O y miden 4 cm.

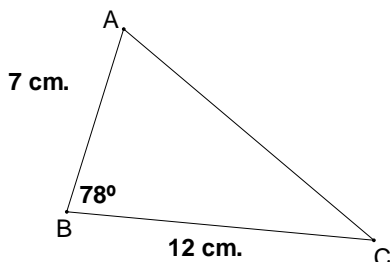
Y la $m\angle AOC$ está determinada por los lados \overline{AO} y \overline{OC} .

Entonces el área del ΔAOC es:

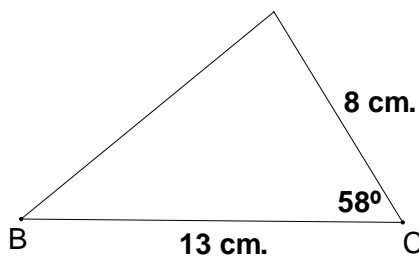
$$\frac{\text{sen}(100) \cdot 4\text{cm} \cdot 4\text{cm}}{2} \approx \frac{(0,98) \cdot 4\text{cm} \cdot 4\text{cm}}{2} \approx \frac{15,76\text{cm}^2}{2} \approx 7,88\text{cm}^2$$

Ejercicios:

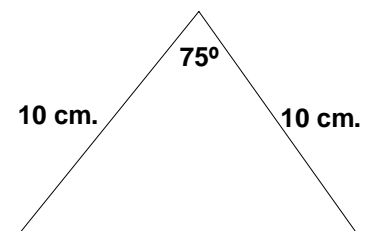
1. Hallar el área de los triángulos siguientes:



R/ $\approx 41,08$

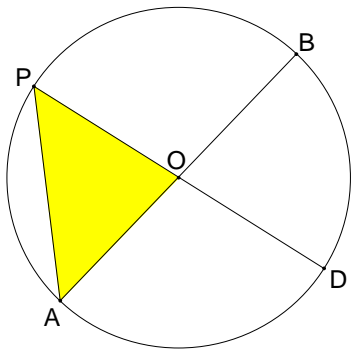


R/ $\approx 44,10$

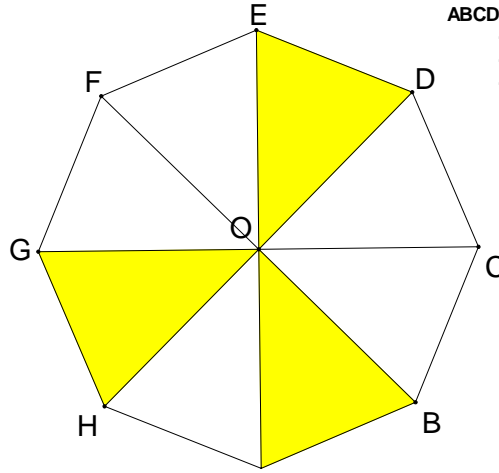


R/ $\approx 48,30$

2. Hallar el área de la región destacada en amarillo



Centro O
AB=10
 $m\angle AOP=65^\circ$



ABCDEFGH es un polígono regular
-Centro O
-HD=16
- $m\angle EOF=45^\circ$

R/. 11,33

R/. $48\sqrt{2}$