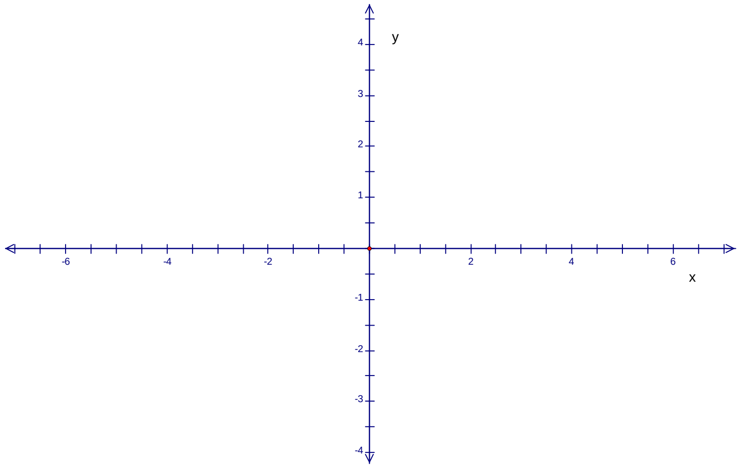
REPRESENTACIÓN GRAFICA DE UNA FUNCION

SISTEMA COORDENADO CARTESIANO

El sistema coordenado debe su nombre al matemático francés René Descartes (1596-1650) que lo usó por primera vez.

De igual manera que una recta numérica real se forma al establecer correspondencia uno a uno entre los puntos sobre la recta y los elementos del conjunto de los números reales, se puede formar un plano real al establecer una correspondencia uno a uno entre los puntos en un plano y los elementos en el conjunto de todos los pares ordenados de los números reales. Esto se puede hacer mediante un sistema coordenado cartesiano.

Para formar un sistema cartesiano, se seleccionan dos rectas numéricas reales, una horizontal y otra vertical que se intersequen en sus orígenes en forma perpendicular.

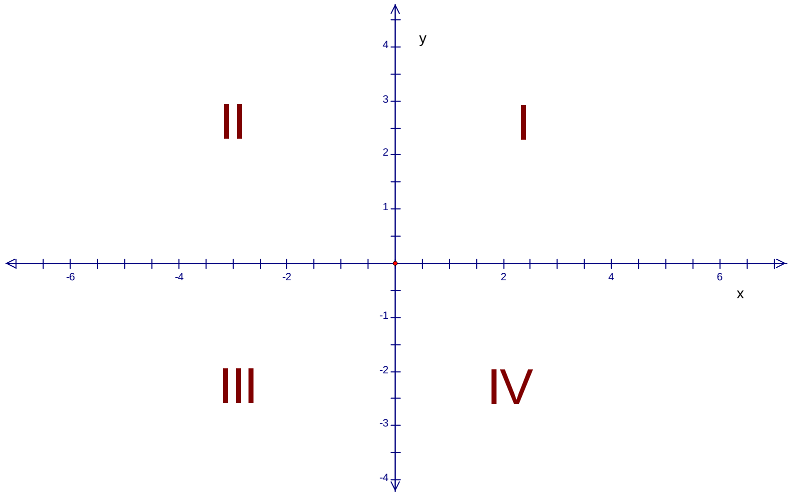


La recta vertical y la recta horizontal, juntas forman los ejes de coordenadas.

El eje horizontal se llama eje de las abscisas, es comúnmente llamado *eje x* , además el eje vertical se llama eje de las ordenadas también es llamado *eje y* .

> *La distancia que existe entre un punto y el eje vertical se llama abscisa del punto.*
> *La distancia que existe entre un punto y el eje horizontal se llama ordenada del punto.*

Los ejes de las coordenadas dividen al plano en cuatro partes llamados cuadrantes, que se numeran en sentido contrario al recorrido de las manecillas del reloj de I a IV.

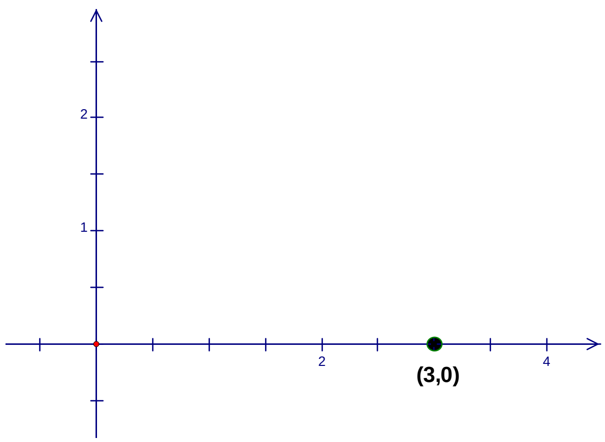


Todos lo puntos en el plano quedan dentro de uno de los cuadrantes, excepto los que están sobre los ejes.

Los puntos que se encuentran sobre el *eje x* tienen la forma (x,0).

Ejemplo 27

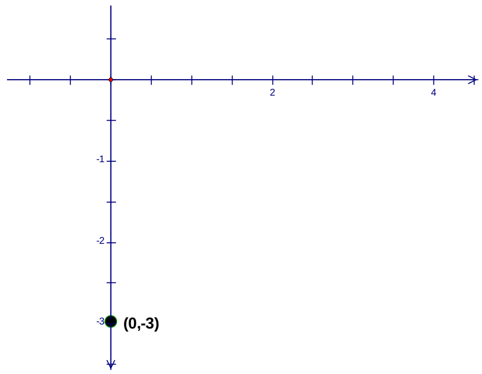
El punto (3,0) se encuentra sobre el *eje x.*



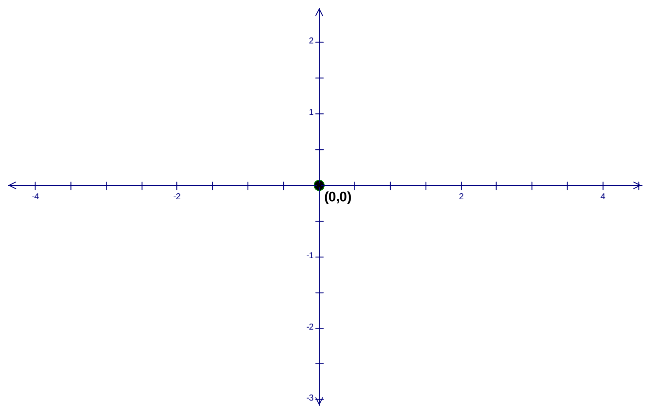
Los puntos que se encuentran sobre el *eje y* tienen la forma (0,y).

Ejemplo 28

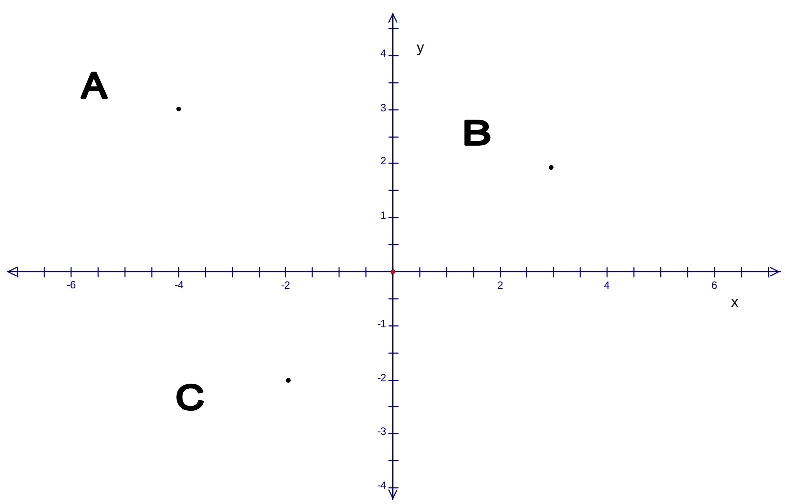
El punto (0,-3) se encuentra sobre el *eje y*.



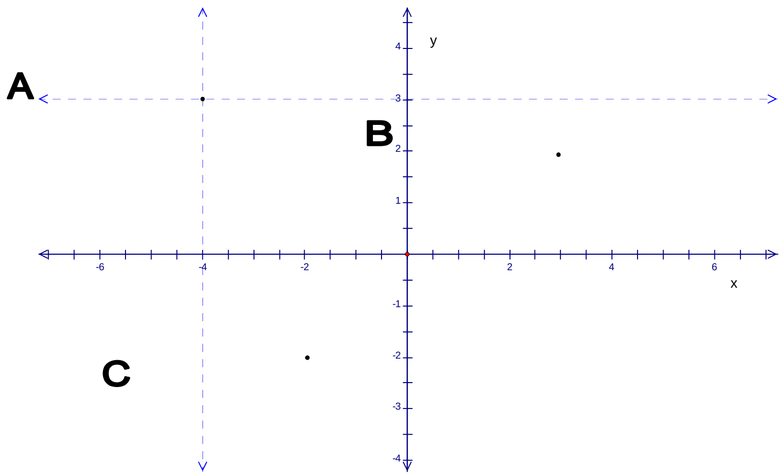
El punto (0,0) recibe el nombre de origen.



Ejemplo 29
Encuentre las coordenadas de cada uno de los puntos
A, B y C



Para determinar las coordenadas del punto A, se traza un recta vertical y otra horizontal que pasen por el punto A.



La recta vertical interseca al *eje x* en el punto -4 y al *eje y* en el punto 3. Estos dos puntos se escriben como un par ordenado.

Un par ordenado de números reales es un par de números en el que se específica el orden, en este caso la distancia que existe entre ese punto y el eje vertical, es decir la abscisa y la distancia de ese mismo punto y el eje horizontal es decir la ordenada.

Un par ordenado en el plano cartesiano es (Abscisa, Ordenada), que es denotado como el par ordenado *(x , y)*

Entonces el punto A esta ubicado en (-4,3)

El punto B es el par ordenado (3,2) y el punto C el par (-2,-2) verifique.

Hay una correspondencia uno a uno entre los puntos en un plano y los elementos del conjunto de todos los pares ordenados de números reales.

Este enunciado con frecuencia se denomina teorema fundamental de la geometría analítica y permite que las formas algebraicas se vean de forma geométrica.

GRAFICO DE LA FUNCIÓN

Dada una función $f: A \rightarrow B$ se llama **gráfico** de la función al conjunto de pares ordenados *(x, y)* donde *x* está en el dominio y y está en el codominio, además $y = f(x)$.

Cuando representamos el gráfico de una función en el plano cartesiano o eje de coordenadas estaremos dibujando lo que se llama **gráfica** de la función.

El *eje de las abscisas* representa los elementos del dominio y el *eje de las ordenadas* representa los elementos del codominio.

Para construir una gráfica, debemos determinar primero el grafico de la función, el cual obtendremos de lo que se conoce como tabla de valores.

Ejemplo 30

Dibuje un bosquejo de la gráfica determinada por:

$$f : IR \rightarrow IR, \text{tal que } f(x) = x^2$$

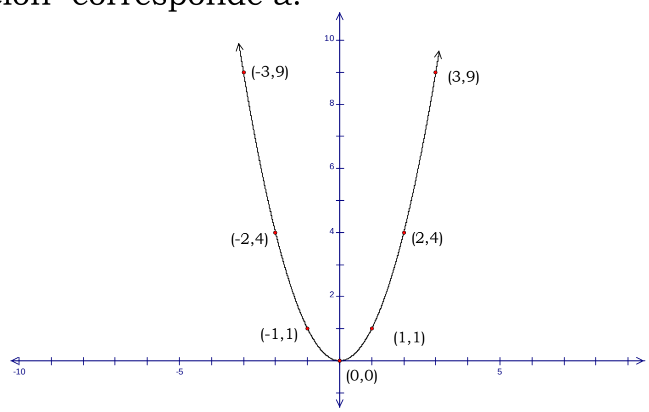
R. / Lo primero que debemos hacer es construir una tabla de valores con suficientes pares ordenados para completar lo solicitado.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	9	4	1	0	1	4	9

Para esta función el gráfico corresponde al conjunto:

G = {…,(-3,9),(-2,4),(-1,1),(0,0),(1,1),(2,4),(3,9),…}

Y la gráfica de la función corresponde a:



Ejemplo 31

Dibuje un bosquejo de la gráfica determinada por:

$$f : IR \rightarrow IR, \text{tal que } f(x) = x + 3$$

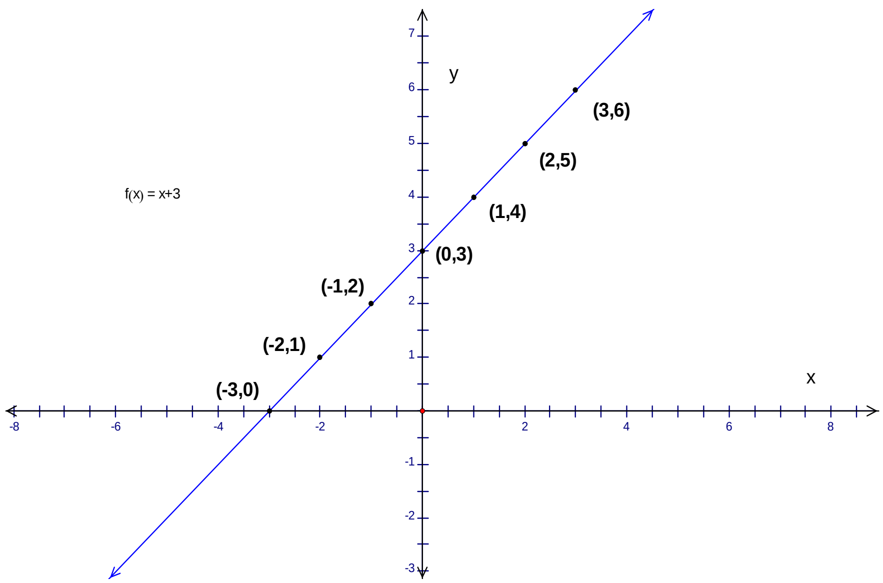
R. / Lo primero que debemos hacer es construir una tabla de valores con suficientes pares ordenados para completar lo solicitado.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	0	1	2	3	4	5	6

Para esta función el gráfico corresponde al conjunto:

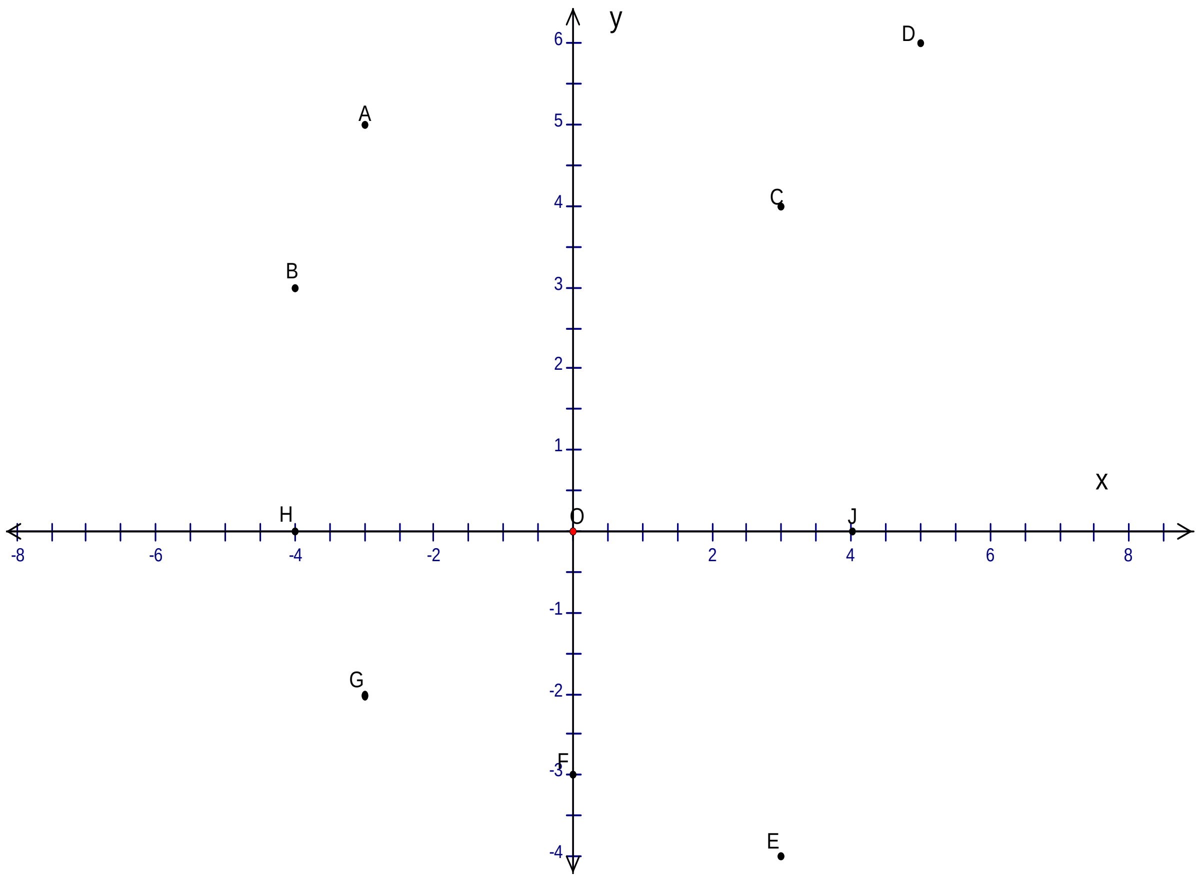
G = {...,(-3,0),(-2,1),(-1,2),(0,3),(1,4),(2,5),(3,6),...}

Y la gráfica de la función corresponde a:



Ejercicio 9:

1. Determinar la ubicación de los puntos A, B, C, D, E, F, G, H, J y O en el siguiente eje de coordenadas:



2. Para cada una de las siguientes funciones, definidas de IR en IR:
- Construya una tabla de valores
- Determine su gráfico
- Dibuje el bosquejo de su gráfica

1) $f(x)= 2x - 3$ 2) $f(x)= x$ 3) $f(x)= 6 - 2x$

4) $f(x)= x^2$ 5) $f(x)= -3x$ 6) $f(x)= 2x^2+3$

DOMINIO DE UNA FUNCION DADA SU GRAFICA

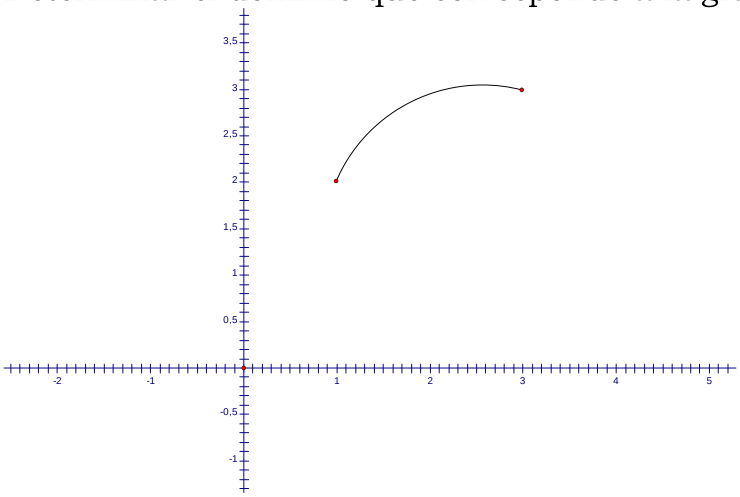
El dominio de una función lo podemos encontrar al observar la gráfica.

Como señalamos anteriormente al representar el gráfico de una función en el eje de las coordenadas, los valores que corresponden al dominio se ubican en el eje de las abscisas es decir el *eje x.*

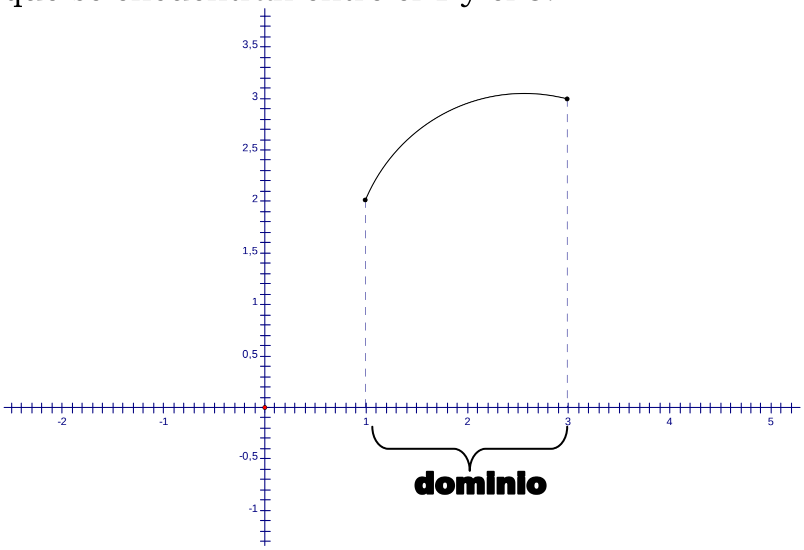
Por lo que basta observar cuales son los valores del *eje x* que corresponden a dicha gráfica.

Ejemplo 32

Determinar el dominio que corresponde a la gráfica



Al observar notamos que los valores correspondientes al dominio son los valores que se encuentran entre el 1 y el 3.



Dado que el *eje x* es una recta real podemos denotar el dominio como todos los valores entre 1 y 3.

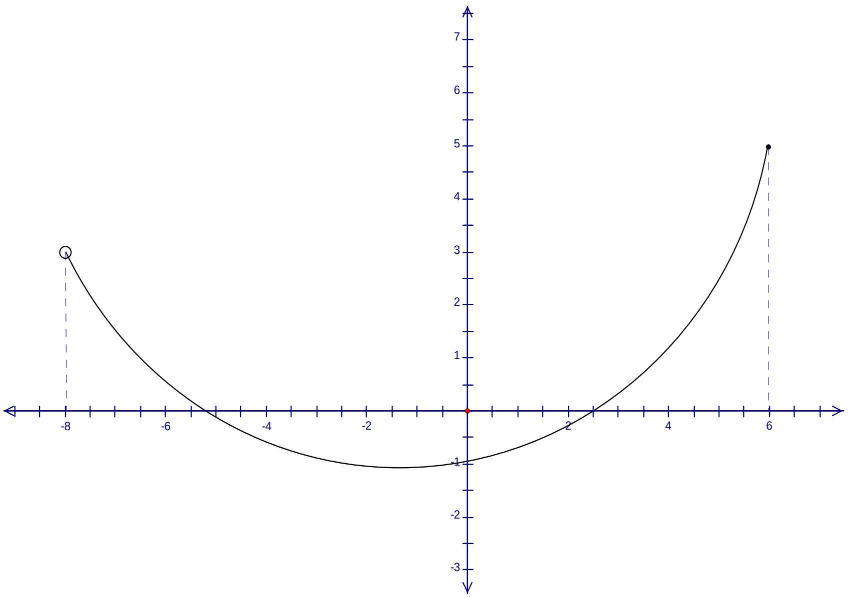
(ver anexo 4, Pág.71)

Lo que el dominio puede ser denotado así:

$$Df = [1,3]$$

Ejemplo 33

Determinar el dominio para la gráfica siguiente



Note que los valores correspondientes al dominio son los valores que se encuentran entre el -8 y el 6. Además el punto que corresponde a -8 esta abierto por lo que los valores del dominio son aquellos que se encuentran entre el -8 y el 6 sin incluir al -8.

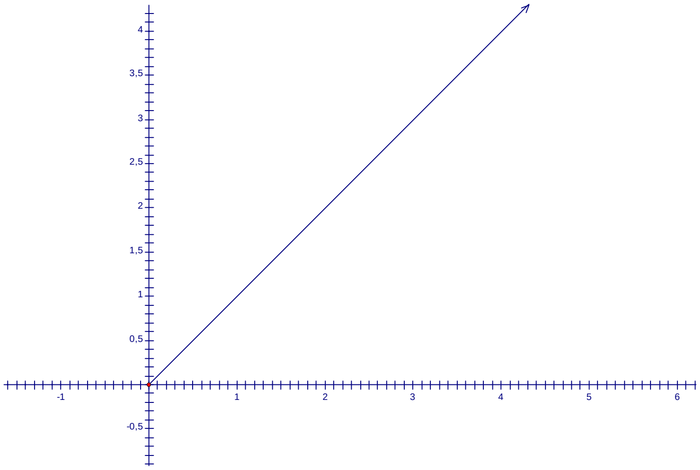
Lo que el dominio puede ser denotado así:

$$Df = \left]-8,6\right]$$

Ejemplo 34

El dominio para la gráfica siguientes corresponde a

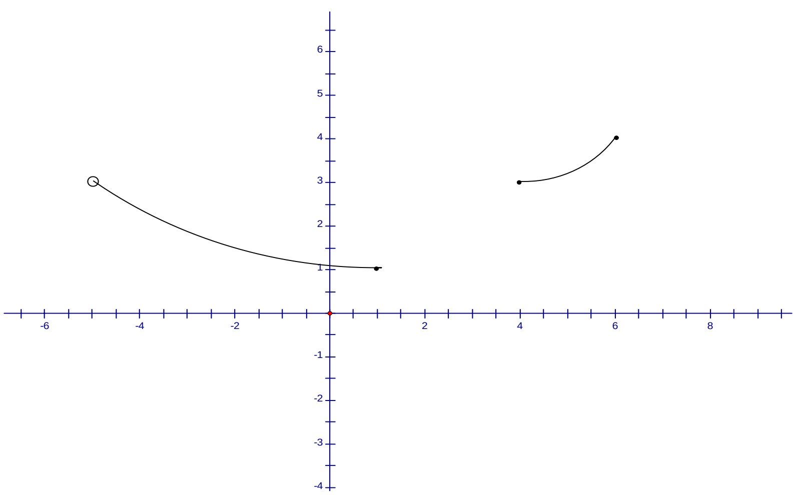
$$Df = \left[0,+\infty\right[$$



Ejemplo 35

El dominio para la gráfica siguiente corresponde a

$$Df = \left]-5,1\right] \cup \left[4,6\right]$$



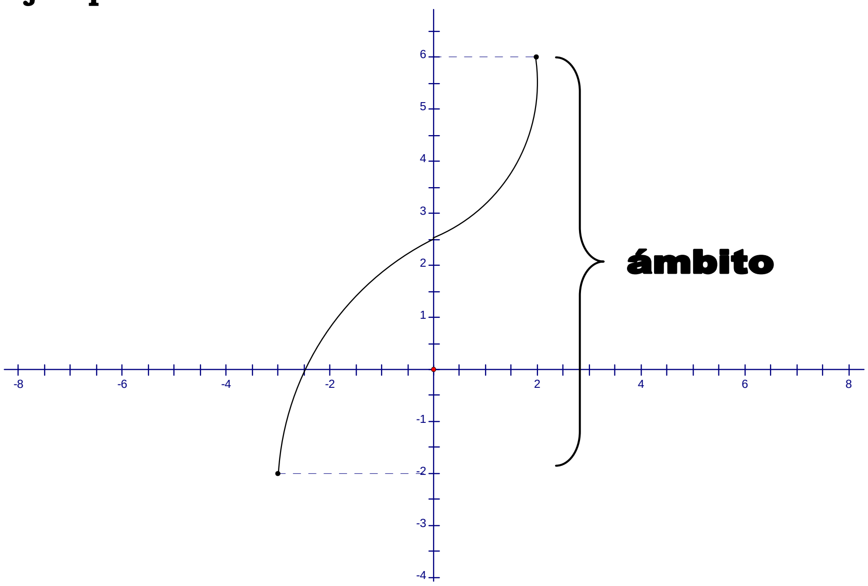
AMBITO DE UNA FUNCION

Al igual que el dominio, el ámbito de una función lo podemos encontrar al observar la gráfica.

Como señalamos antes al representar el gráfico de una función en el eje de las coordenadas, los valores que corresponden al ámbito se ubican en el eje de las ordenadas es decir el *eje y*.

Por lo que basta observar cuales son los valores del *eje y* que corresponden a dicha gráfica.

Ejemplo 36



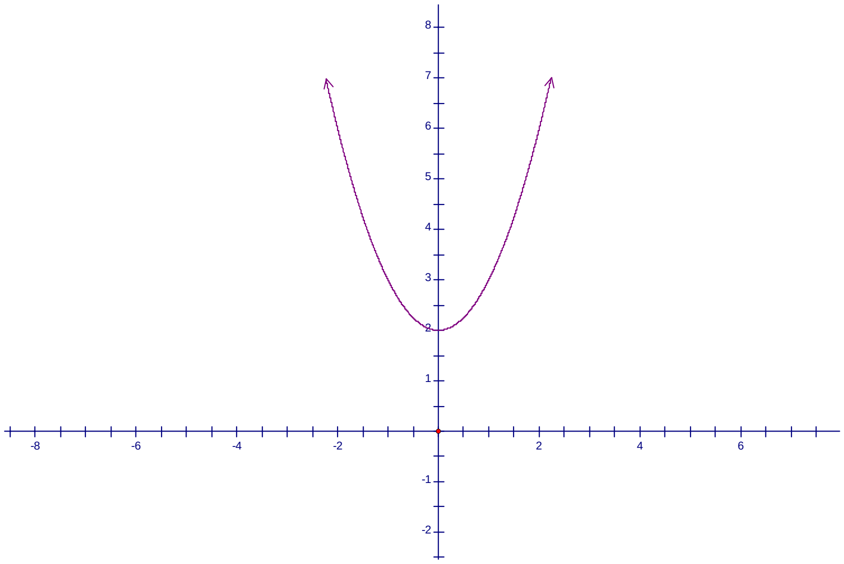
Para este ejemplo los valores que corresponden al ámbito son los valores de *y* que se encuentran entre -2 y 6.

Por lo que el ámbito de la función corresponde al intervalo de números reales entre -2 y 6 incluyéndolos.

Que podemos denotar así:

$$Af = [-2,6]$$

Ejemplo 37



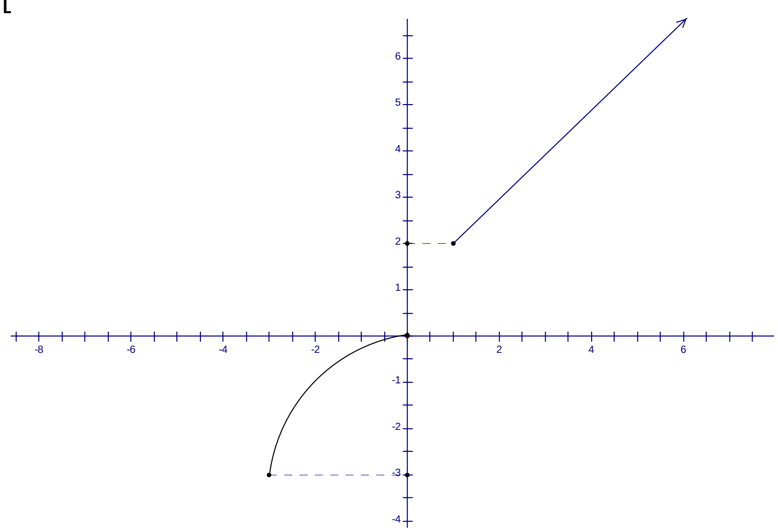
Para este ejemplo los valores que corresponden al ámbito son los valores de y que son mayores o iguales a 2.

Por lo que el ámbito de la función corresponde al intervalo de números reales mayores o iguales que 2.

Que podemos denotar así:

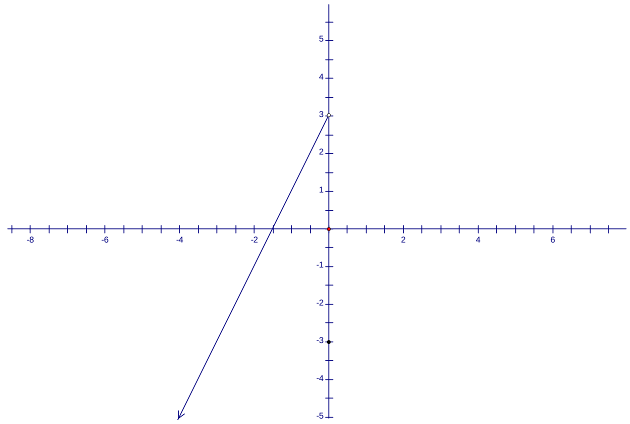
$$Af = [2,+\infty[$$

Ejemplo 38
El ámbito correspondiente a la gráfica siguiente es:
$Af = [-3,0] \cup [2,+\infty[$



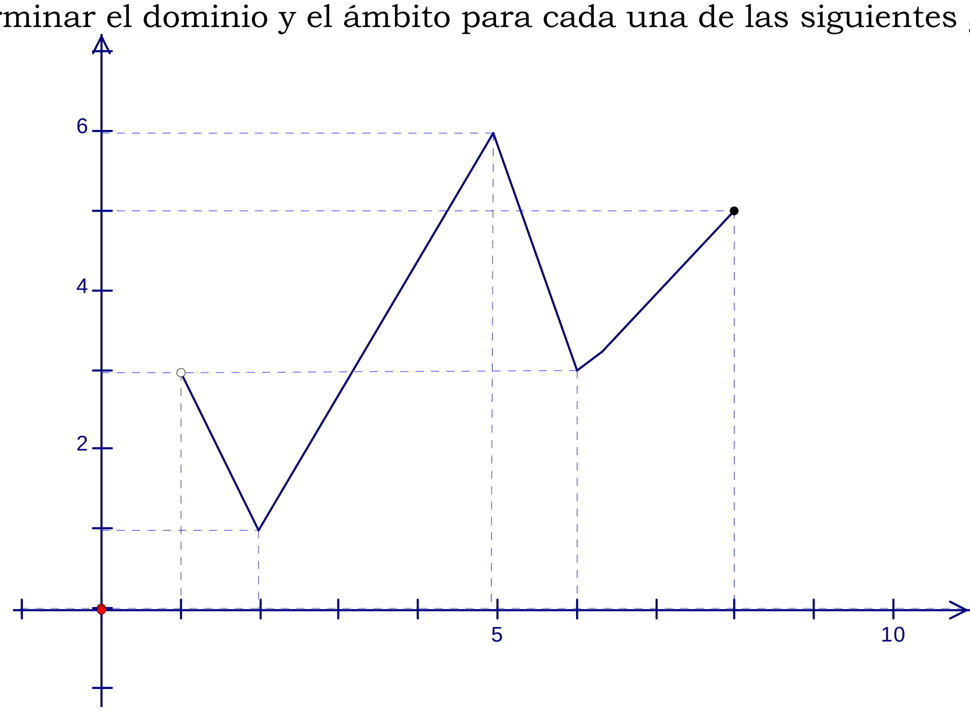
Ejemplo 39

El ámbito correspondiente a la gráfica siguiente es:
$$Af =]-\infty,3[$$

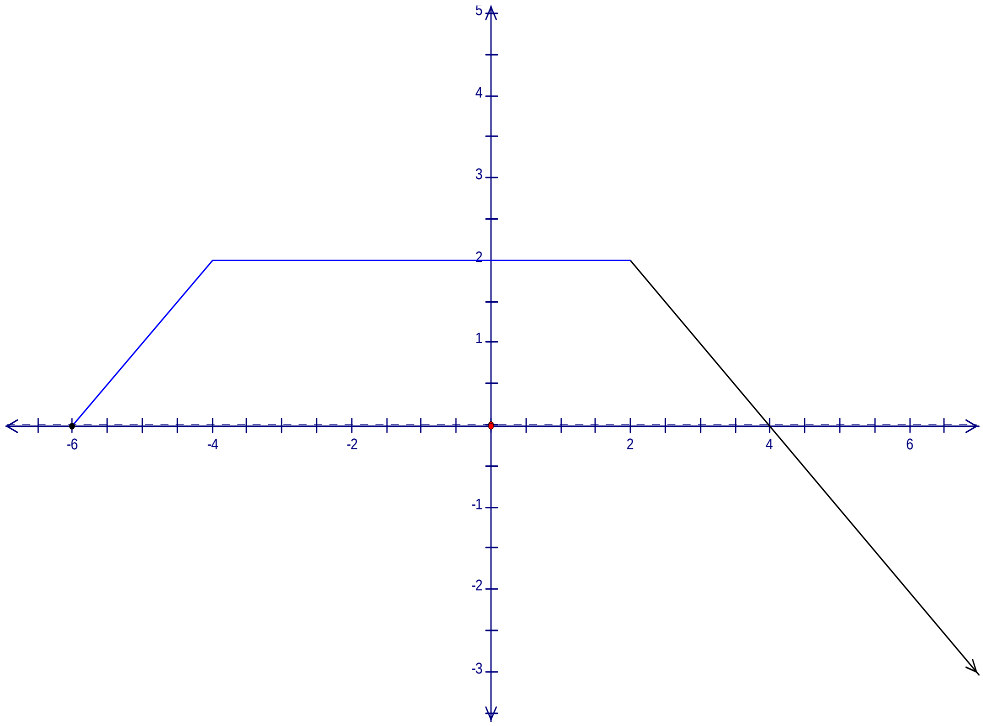


Ejercicio 10:

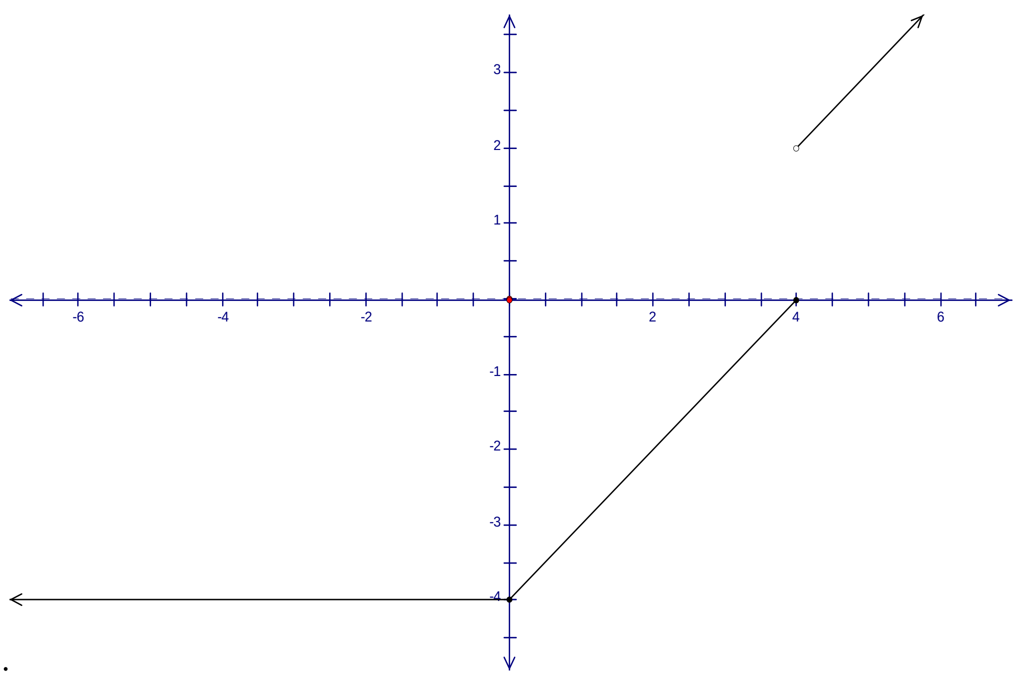
Determinar el dominio y el ámbito para cada una de las siguientes gráficas.



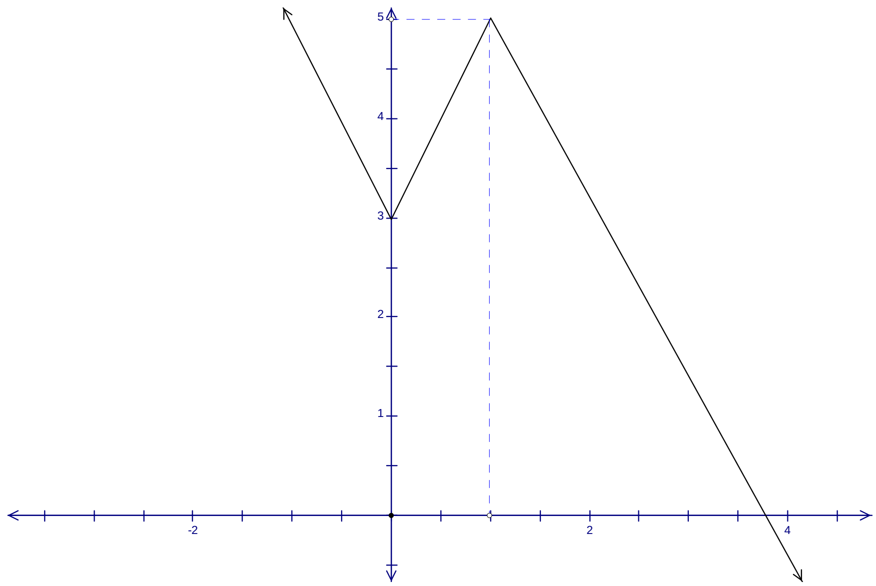
1.



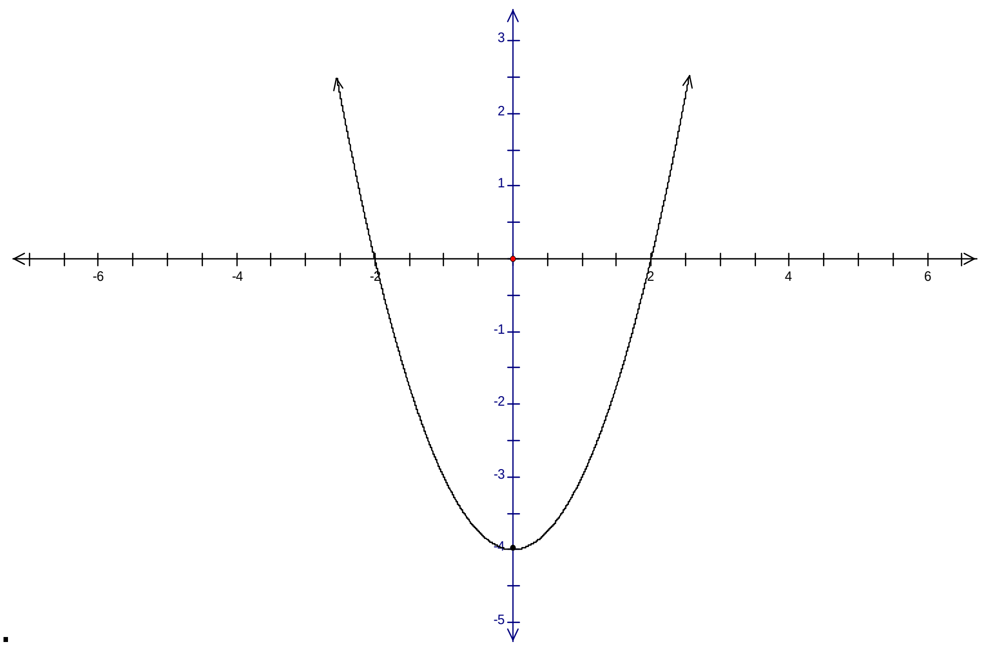
2.



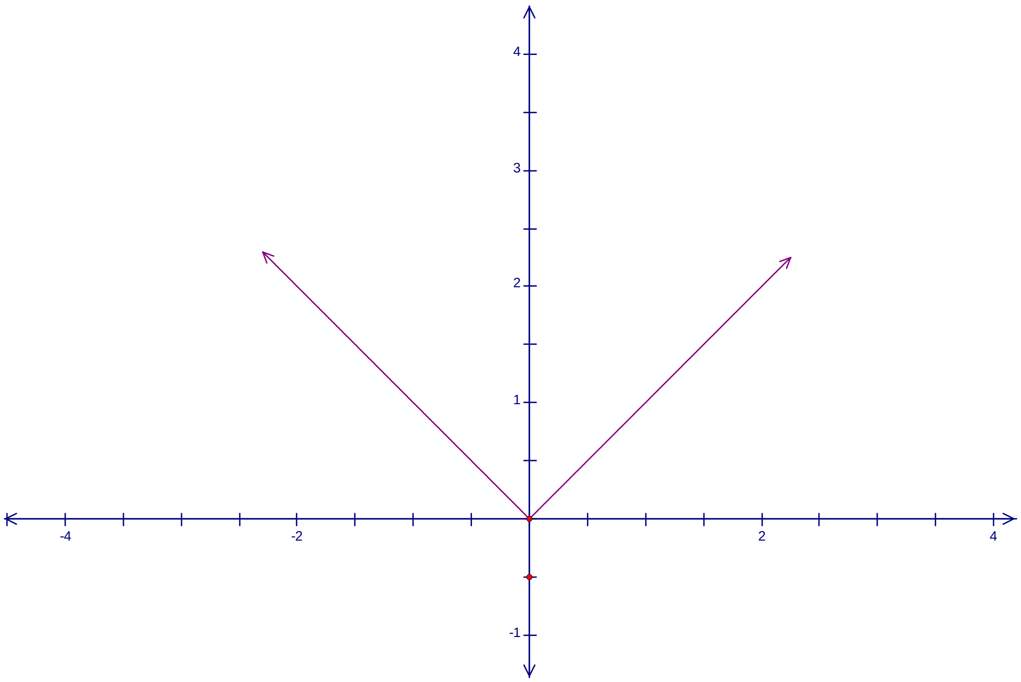
3.



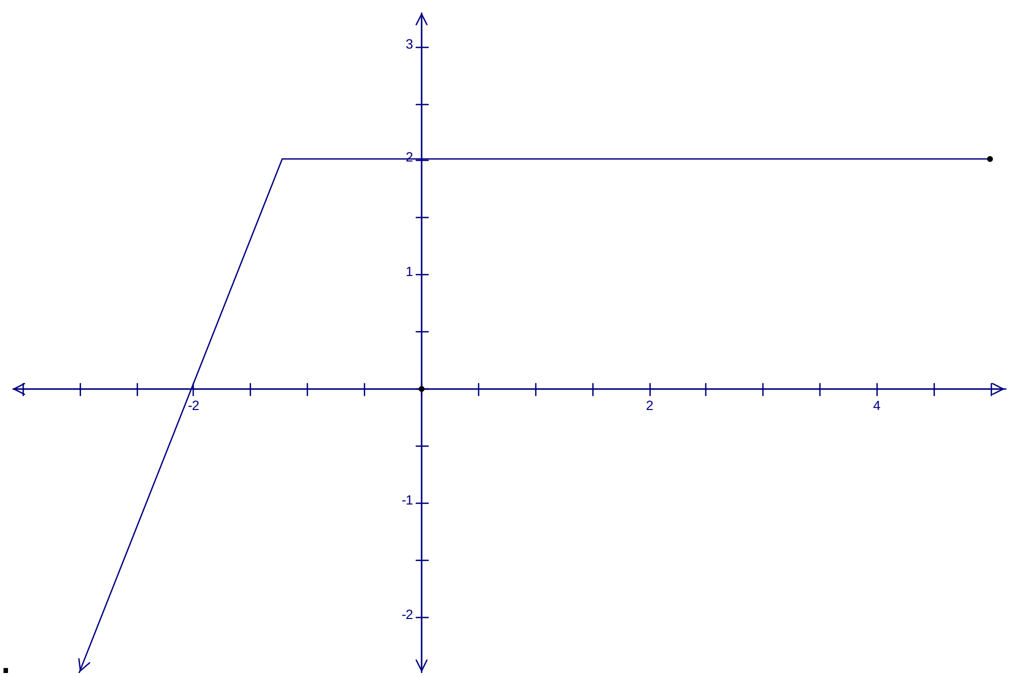
4.



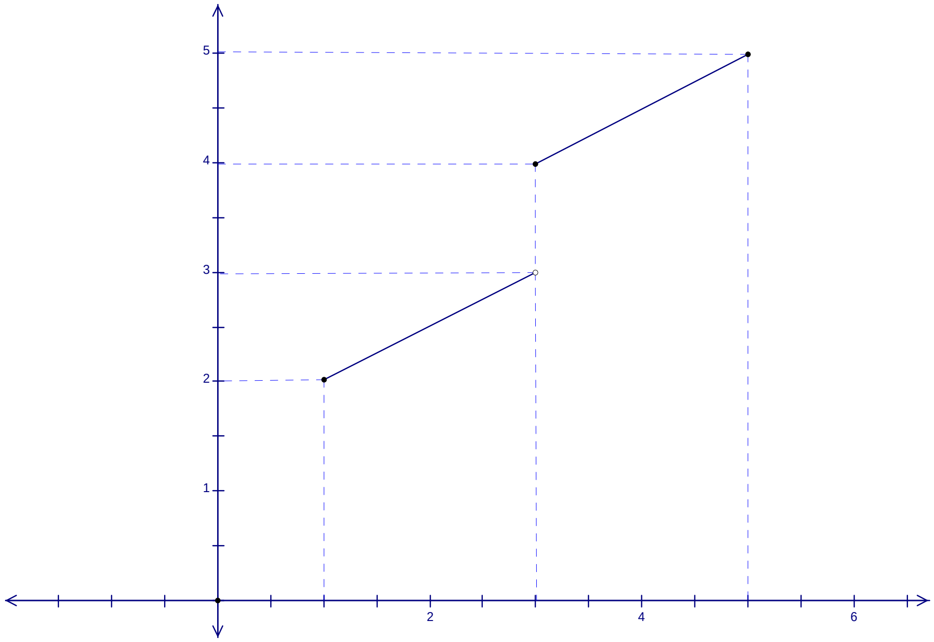
5.



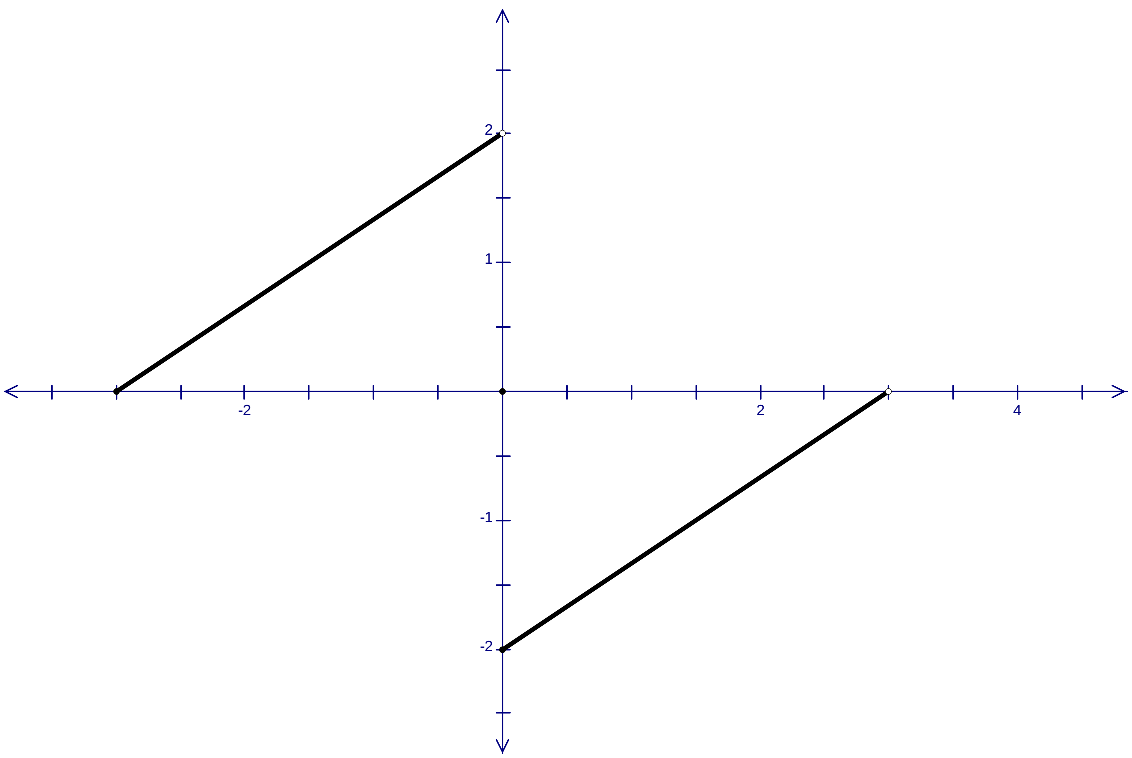
6.



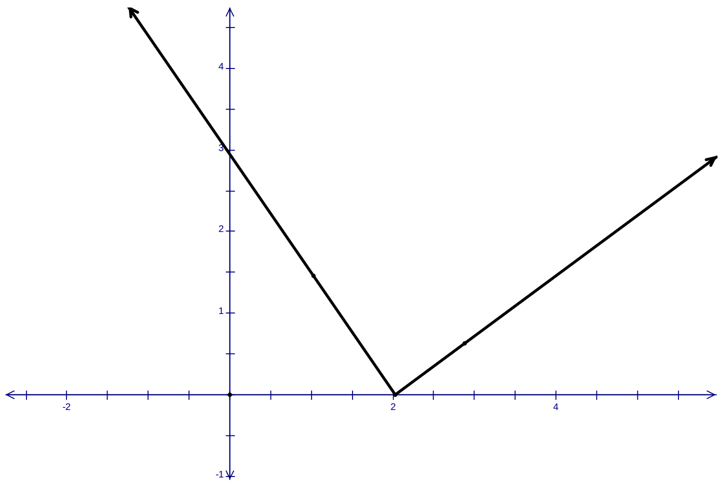
7.



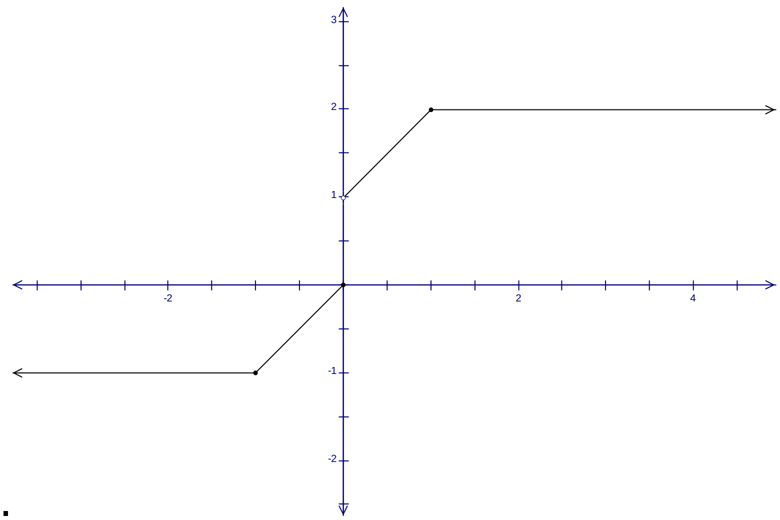
8.



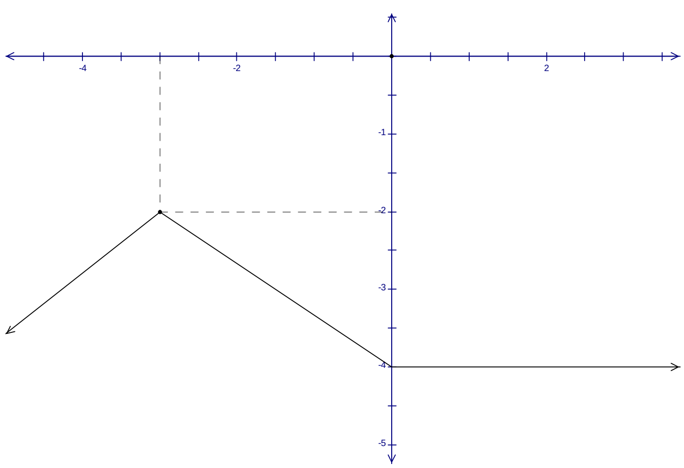
9.



10.



11.



12.

BIBLIOGRAFIA.

- Corrales Mario –Obando Álvaro, Matemática funciones, 1984.
- Howard E. Taylor y Thomas L. Wade, Geometría analítica bidimensional, 1974.
- Howard E. Taylor y Thomas L. Wade, Matemáticas básicas con vectores y matrices, 1980.
- Raymond A. Barnett, Precalculo funciones y graficas, 1999.
- Reinaldo Jiménez Santamaría, Introducción a la teoría de las funciones, Serigrafiaos, 2003
- William Wernick, Geometría analítica 1970.
- Wooton Beckenbach Fleming, Geometría analítica moderna, 1977.
- Didáctica de la Matemática (antología)- San José, C.R. EUNED, 1996.