Factoriales

Para multiplicar los primeros n números enteros positivos se usa la notación $n!$ que se lee: «n-factorial» y tenemos;

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$$

Otra forma de verlo: $n!$ significa la multiplicación de todos los números desde el 1 hasta el número n.

Ejemplo 1 Hallar 6!

Solución:

6!=$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$ =720,

Así, 6!=720.

Nota 1 Por definición se tiene: $0! = 1$

Nota 2 Otra propiedad interesante para $n \geq 1$, es

$$n! = n \cdot (n-1)!$$

Ejemplo 2 Descomponer 10!

Solución:

$10! = 10 \cdot 9!$ o también puede ser

$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8!$ o también

$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!$ y asi sucesivamente.

Ejemplo 3 Descomponer 20!

Solución:

$19! \cdot 20 = 20!$

o también,

$17! \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 = 20!$

o,

$15! \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 = 20!$

Ejemplo 4 Simplificar $\frac{10!\cdot 12!}{15!}$

Solución:

$$\frac{10!\cdot 12!}{15!}=\frac{10!\cdot 12!}{12!\cdot 13\cdot 14\cdot 15}$$

cancelando términos,

$$\frac{10!}{13\cdot 14\cdot 15}=\frac{7!\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{13\cdot 14\cdot 15}$$

simplificando sucesivamente,

$$\frac{7!\cdot 4\cdot 9\cdot 2}{13\cdot 7\cdot 3}=\frac{7!\cdot 72}{13\cdot 21}=\frac{17280}{13}$$

Tabla de los Primeros 20 Factoriales

n	n!	n	n!
1	1	11	39 916 800
2	2	12	479 001 600
3	6	13	6 227 020 800
4	24	14	87 178 291 200
5	120	15	1 307 674 368 000
6	720	16	20 922 789 888 000
7	5 040	17	355 687 428 096 000
8	40 320	18	6 402 373 705 728 000
9	362 880	19	121 645 100 408 832 000
10	3 628 800	20	2 432 902 008 176 640 000

Aquí se observa como los factoriales crecen muy rapidamente y es muy poco práctico trabajar con ellos. A la vez que no hay muchos ejercicios directos. Casi todo en cuanto a factorial se encuentra como un tema secundario en binomio de Newton, teoría de combinatoria, probabilidades, etc.

Las calculadoras traen una tecla específica para factorial, pero solo se visualiza hasta el 13!, después del cual ella usa la notación científica para representarlos.

Factoriales para Números Grandes (Fórmula de Stirling)

$$n!\approx(\frac{n}{e})^n\sqrt{2\pi n}(1+\frac{1}{12n}+\frac{1}{288n}+...)$$

$$ln(n!)\approx(n+\frac{1}{2})ln\ n-n+ln\sqrt{2\pi}$$

Estas fórmulas [1] se cumplen aunque n no sea entero.

[1]Bronshtein

Bibliografía

[1] Bardell, Ross H. y Abraham Spitzbart. Algebra Superior.

[2] Bronshtein, I y K. Semendiav. Manual de Matemáticas: para ingenierosy estudiantes.

[3] Hall, H. S. y S. R. Knight. Algebra Superior.

[4] Swokowski, Earl W. Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica.