

Ejercicios de Ecuaciones Diferenciales

Parte I:

Muestre que cada ecuación diferencial en la Columna I tiene por solución la correspondiente relación en la Columna II. Obtenga las soluciones particulares que satisfagan las condiciones de la Columna III.

Columna I: Ecu. Difer.	Columna II: Solución General	Columna III: Valores Iniciales
$y' + y \tan x = 0$	$y = A \cos x$	$y(\pi) = 4$
$y'' - y = 4x$	$y = Ae^x + Be^{-x} - 4x$	$y(0) = 2, y'(0) = 0$
$y' = \frac{y+x}{y-x}$	$x^2 - y^2 + 2xy = c$	$y(-2) = 3$
$y''' = 0$	$y = c_1 + c_2x + c_3x^2$	$y(0) = 1, y'(1) = 2, y''(2) = 9$
$x(y')^2 + 2yy' + xyy' = 0$	$xy^2 = Ax + B$	$y(3) = 1, y'(3) = 2$
$2y' + y = 0$	$y = e^{-\frac{x}{2}}$	
$\frac{dy}{dx} + 20y = 24$	$y = \frac{6}{5} - \frac{6}{5}e^{-20x}$	
$y'' - 6y' + 13y = 0$	$y = e^{3x}$	
$y'' + y = \tan x$	$y = -(\cos x) \ln(\sec x + \tan x)$	

Parte II:

Resolver las siguientes Ecuaciones encontrando el Factor Integrante.

- $y' + 2y = xe^{-2x}$
- $y' + 3y = x + e^{-2x}$
- $y' - 2y = x^2e^{2x}$
- $y' + \frac{1}{x}y = 3\cos 2x$
- $xy' - 3y = x^4$
- $xy' + 2y = \sin x$
- $y' + y = \frac{1}{1+e^{2x}}$
- $x(\ln x)y' + y = 3x^3$
- $y' + y \cot x = 2x \csc x$
- $(x^2 + 4)y' + 3xy = x$

Parte III:

Resolver las siguientes Ecuaciones de Bernoulli.

1. $x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{y^2}$
2. $\frac{dy}{dx} - y = e^x y^2$
3. $\frac{dy}{dx} = y(xy^3 - 1)$
4. $x \frac{dy}{dx} - (1 + x)y = xy^2$
5. $x^2 \frac{dy}{dx} + y^2 = xy$
6. $3(1 + x^2) \frac{dy}{dx} = 2xy(y^3 - 1)$
7. $x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy = 3y^4$, con $y(1) = \frac{1}{2}$
8. $y^{\frac{1}{2}} \frac{dy}{dx} + y^{\frac{3}{2}} = 1$, con $y(0)=4$
9. $y' - y = xy^2$
10. $y^2 dx + (xy - x^3) dy = 0$
11. $xy' + y = x^4 y^3$
12. $xy^2 y' + y^3 = x \cos x$
13. $xy' + 6y = 3xy^{\frac{4}{3}}$
14. $2xyy' = 4x^2 + 3y^2$

Parte IV:

Resolver por el método de separación de variables las siguientes ecuaciones diferenciales de primer orden.

1. $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+1}{2-y}$
2. $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2 y$
3. $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$, con $y(1)=2$
4. $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$, con $y(1)=3$
5. $3x(y^2 + 1)dx + y(x^2 + 2)dy = 0$
6. $2ydx + e^{-3x} dy = 0$
7. $y' = \frac{x+xy^2}{4y}$, con $y(1)=0$
8. $x \frac{dy}{dx} = y^2 + 1$
9. $\text{sen}^2 y dx + \text{cos}^2 x dy = 0$, con $y(\frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{4}$
10. $2y \text{cos} x dx + 3 \text{sen} x dy = 0$, con $y(\frac{\pi}{2}) = 2$

11. $y' = 8xy + 3y$
12. $\frac{dy}{dx} + 5y = 10$, con $y(0)=0$
13. $ydx + (x^3y^2 + x^3)dy = 0$
14. $x^2\frac{dy}{dx} = y - xy$, con $y(-1)=-1$
15. $\frac{dy}{dx} = y^2 - 4$
16. $\cos x(e^{2y} - y)\frac{dy}{dx} = e^y \text{sen } 2x$, con $y(0)=0$
17. $\frac{dy}{dx} = \text{sen } 5x$
18. $\frac{dy}{dx} = (x + 1)^2$
19. $dx + e^{3x}dy = 0$
20. $dy - (y - 1)^2dx = 0$
21. $x\frac{dy}{dx} = 4y$
22. $\frac{dy}{dx} + 2xy^2 = 0$
23. $\frac{dy}{dx} = e^{3x+2y}$
24. $e^xy\frac{dy}{dx} = e^{-y} + e^{-2x-y}$
25. $y \ln x \frac{dx}{dy} = \left(\frac{y+1}{x}\right)^2$
26. $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{2y+3}{4x+5}\right)^2$
27. $\csc y dx + \sec^2 x dy = 0$
28. $\text{sen } 3x dx + 2y \cos^3 3x dy = 0$
29. $(e^y + 1)^2 e^{-y} dx + (e^x + 1) e^{-x} dy = 0$
30. $x(1 + y^2)^{\frac{1}{2}} dx = y(1 + x^2)^{\frac{1}{2}} dy$
31. $\frac{dy}{dx} = x\sqrt{1 - y^2}$
32. $(e^x + e^{-x})\frac{dy}{dx} = y^2$
33. $\frac{dy}{dx} = \frac{xy+3x-y-3}{xy-2x+4y-8}$
34. $\frac{dy}{dx} = \frac{xy+2y-x-2}{xy-3y+x-3}$

Bibliografía

- [1] Barrantes, Hugo. Introducción a las Ecuaciones Diferenciales.
- [2] Spiegel, Murray R. Ecuaciones Diferenciales Aplicadas.
- [3] Zill, Dennis G. y Michael R. Cullen. Ecuaciones Diferenciales.