

# Busqueda de Patrones

## PROBLEMAS DE OLIMPIADAS MATEMÁTICAS

Estos ejercicios fueron recopilados de los exámenes de las diferentes eliminatorias del año 2000, 2002, 2004 y 2006. Asimismo de la 1<sup>ra</sup>, 2<sup>da</sup> y 3<sup>ra</sup> Capacitación para Profesores Formadores de Competidores Olímpicos; 2004, 2005 y 2006.

---

1. Analice las siguientes igualdades y descubra la ley que se da entre ellas:

$$2^2 - 1^2 = 2(1) + 1$$

$$3^2 - 2^2 = 2(2) + 1$$

$$4^2 - 3^2 = 2(3) + 1$$

$$5^2 - 4^2 = 2(4) + 1$$

Entonces, de acuerdo con la ley, es cierto que  $100^2 - 99^2$  es igual a

- A)  $2(99) + 1$
  - B)  $2(98) + 1$
  - C)  $2(100) + 1$
  - D)  $2(99)^2 + 1$
2. Analice las siguientes igualdades y descubra la ley o regla que se da en ellas:

$$1 = 1$$

$$2 = 1 + 1$$

$$4 = (1 + 2) + 1$$

$$8 = (1 + 2 + 4) + 1$$

$$16 = (1 + 2 + 4 + 8) + 1$$

De acuerdo con esta ley, la expresión correspondiente a 256 sería,

- A)  $(1+2+4+8+16)+1$
- B)  $(1+2+4+8+32+208)+1$
- C)  $(1+2+4+8+46+96+128)+1$
- D)  $(1+2+4+8+16+32+64+128)+1$

3. En el año 1977, Ricardo tenía 20 años y sus dos hermanos 6 y 7 años respectivamente. ¿Cuál es el menor número de años que debe transcurrir, a partir de ese año, para que la edad de Ricardo, llegue a ser menor que la suma de las edades que tendrán sus dos hermanos?

- A) 7
- B) 8
- C) 9
- D) 16

4. Considere los 100 primeros números (no incluye al cero). La cantidad de ellos con la propiedad de que «la cifra de las decenas de su cuadrado sea un número impar», es igual a

- A) 10
- B) 20
- C) 30
- D) 40

5. Un número entero es tal que su cuadrado es un número de dos cifras cuyas decenas corresponden a un número impar.

¿Cuál es la cifra de las unidades de ese cuadrado?

- A) 1
- B) 4
- C) 5
- D) 6

6. ¿A qué es igual

$$2\left(1 - \frac{1}{2}\right) + 3\left(1 - \frac{1}{3}\right) + 4\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \dots + 2005\left(1 - \frac{1}{2005}\right)?$$

- A) 4 009
- B) 4 010
- C) 2 009 010
- D) 4 018 020

7. Considere la secuencia de números

$$1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, \dots$$

Entonces, la suma de los 2004 primeros términos de esta secuencia es igual a

- A) 1 005 006
- B) 2 010 012

C) 2 009 010

D) 4 018 020

8. Se consideran los números  $A = \underbrace{333\dots33}_{666 \text{ cifras}}$ , compuestos de seiscientos sesenta y seis cifras, todas iguales a 3; y el número  $B = \underbrace{666\dots66}_{666 \text{ cifras}}$ , compuesto por seisciento sesenta y seis cifras, todas iguales a 6.

Al efectuar el producto  $A \cdot B$ , se obtiene un número en el que la cifra 2 aparece

A) 668 veces

B) 666 veces

C) 665 veces

D) 664 veces

9. Siendo «a» un número real cualquiera, podemos afirmar que la expresión

$$P(a) = (a - 1)(a - 3)(a - 4)(a - 6) + 10$$

A) es mayor que 10

B) es siempre positiva

C) es siempre negativa

D) puede ser igual a cero para algunos valores de «a»

10. El dígito que ocupa el lugar 2004 en la expresión decimal del número racional  $\frac{2322}{990}$  es igual a

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

11. La cifra que ocupa el lugar número 2000, después de la coma, en la expresión decimal del número racional  $\frac{4}{101}$  es

A) 0

B) 3

C) 6

D) 9

12. El producto de los números impares del 1 al 2005 tiene como cifra de las unidades el dígito

A) 1

B) 3

C) 5

D) 7

13. El dígito de las unidades de la expresión,

$$1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \dots + 99!$$

es el número

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

14. ¿En cuántos ceros acaba el número  $125!$  ? Recuerde que

$$125! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 123 \cdot 124 \cdot 125$$

- A) 31
- B) 42
- C) 124
- D) 125

15. La siguiente distribución de números enteros positivos está formada de tal manera que: 1 es el padre de 2, 3 y 4; 2 es el padre de 5, 6 y 7; 3 es el padre de 8, 9 y 10; 4 es el padre de 11, 12 y 13; 5 es el padre de 14, 15 y 16; y así sucesivamente.

Entonces, el padre de 2000 es

- A) 665
- B) 667
- C) 1996
- D) 2001

16. En un libro de 2108 páginas se tuvieron que reescribir todos los números de las páginas. ¿ Cuántos ochos se reescribieron?

- A) 200
- B) 600
- C) 620
- D) 621

17. El mayor número de cuatro dígitos que aparece en la progresión aritmética,

$$1, 4, 7, 10, 13, 16, \dots$$

es el

- A) 9999
- B) 9998
- C) 9997
- D) 9996

18. Dada la siguiente serie de números:

$$2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, \dots$$

¿Cuál es el próximo en la serie?

- A) 20
- B) 21
- C) 51
- D) 200

19. Dada la siguiente serie de números:

0, 5, 4, 2, 9, 8, 6, ...

¿Cuál es el próximo en la serie?

- A) 1
- B) 3
- C) 7
- D) 10

20. En la sucesión 1, 3, 2,... cada término, después de los dos primeros, es igual a la diferencia del precedente y el sucesor -los dos anteriores-. La suma de los primeros 2001 términos de la sucesión es

- A) 0
- B) 1
- C) 4
- D) 6

21. Efectuando el producto  $\underbrace{999\dots9}_{95 \text{ nueves}} \times \underbrace{555\dots5}_{95 \text{ cincos}}$ . se obtiene un número cuya suma de las cifras es igual a

- A) 845
- B) 846
- C) 855
- D) 954

22. En la siguiente tabla: 

1440	1440	720	240	60	x
------	------	-----	-----	----	---

, el valor de x es

- A) 6
- B) 8
- C) 12
- D) 40

23. Denotemos por  $[x]$  a la parte entera de x. Por ejemplo, el decimal  $[\frac{7}{3}] = 2$ ,  $[\frac{1}{5}] = 0$ , o como  $[\frac{8}{5}] = 1$ . ¿Cuántos enteros positivos menores que 100 satisfacen

$$\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{6}\right] = n?$$

- A) 0
- B) 6

C) 16

D) 20

24. Si  $A$  es un número real, el símbolo  $[A]$  se llama parte entera de  $A$  y corresponde al mayor número entero que es menor o igual que  $A$ . Entonces todos los números enteros  $x$ , tales que

$$\left[ \frac{x}{2} \right] + \left[ \frac{x}{3} \right] = 15$$

son;

A) 2 y 3

B) 6 y 9

C) 15 y 18

D) 18 y 19

25. Si  $T_1 = 2$  y  $T_{n+1} = \frac{T_n - 1}{T_n + 1}$ , entonces  $T_{2003}$  es el valor

A) 2

B)  $\frac{1}{3}$

C)  $-\frac{1}{2}$

D) -3

26. La suma de todos los dígitos del número  $10^{99} - 99$  es

A) 873

B) 874

C) 879

D) 899

27. Se comienza con el número 1. Una «operación» consiste en multiplicar el número por 3 y sumarle 5. La cifra de las unidades del resultado obtenido después de aplicar la operación 1999 veces es

A) 1

B) 2

C) 9

D) 9

## Preguntas de Desarrollo

1. En la sucesión siguiente, ¿cuál es el número que falta?

17 - 19 - 22 - 16 - ? - 13 - 32

2. En la sucesión, ¿cuál es el número que falta para completar la sucesión?

$$2 - 5 - 15 - 18 - 54 - 57 - 171 - ?$$

3. En la sucesión siguiente, ¿cuál es el número que falta?

$$5 - 7 - ? - 15 - 23 - 36$$

4. En la sucesión, ¿cuál es el número que falta en la sucesión?

$$60 - 30 - 28 - ? - 12 - 6 - 4$$

5. Miguel escribe la secuencia 1, 6, 11, 16, 21,...

¿Cuál es el primer número de tres dígitos que escribe?

6. ¿Cuál es el número que sigue en la secuencia 1, 9, 36, 100, ...?

# Bibliografía

- [1] Calendario CIEMAC 2006. Escuela de Matemáticas del Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- [2] Cien Problemas de Matemáticas: combinatoria, álgebra, geometría. Instituto de Ciencias de la Educación. Universidad de Valladolid. Francisco Bellot Rosado, Maria Ascención López Chamorro, 1994.
- [3] La Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Sociedad Matemática Mexicana y Academia de la Investigación Científica, A.C.
- [4] La Prueba de Aptitud Académica. Proceso de Admisión 2004-2005. Universidad de Costa Rica.
- [5] Problemas de Preparación para las Olimpiadas Costarricenses de Matemática. Editorial UNED.
- [6] The Contest Problem Book IV. Annual High School Examinations, 1973-1982 of The Mathematical Association of America.
- [7] The Contest Problem Book V. American High School Mathematics Examinations and American Invitational Mathematics Examinations, 1983-1988.
- [8] Vivas, Arache. Test de Lógica e Inteligencia.