

Lógica

PROBLEMAS DE OLIMPIADAS MATEMÁTICAS

Estos ejercicios fueron recopilados de los exámenes de las diferentes eliminatorias del año 2000, 2002, 2004 y 2006. Asimismo de la 1^{ra}, 2^{da} y 3^{ra} Capacitación para Profesores Formadores de Competidores Olímpicos; 2004, 2005 y 2006.

1. En una reunión en la que hay 22 personas, se saludan todas de dos en dos. ¿Cuántos apretones de mano habrá en total en esa reunión?
A) 21
B) 22
C) 152
D) 231
2. Considere las siguientes igualdades, donde p , r y s son enteros positivos:

$$\begin{aligned}p+q &= 100 \\ p+r &= 30\end{aligned}$$

¿Cuál de las siguientes relaciones sucede **con certeza**?

- A)** $p=q$
B) $p < q$
C) $r > p$
D) $r=p$
3. Sean R , S y Q tres enteros positivos tales que

$$\begin{aligned}R &> S \\ Q &> S\end{aligned}$$

Entonces sucede **con certeza** que

- A)** $Q > 2S$
B) $R + S > 2S$
C) $R + S > 2R$
D) $2R > Q + S$

4. En una oficina, todos los empleados trabajan la misma cantidad de horas semanales. Al hacer las anotaciones del caso, el jefe anotó 23 horas, 30 horas y 43 horas como jornada semanal de tres empleados. En cada anotación escribió un dígito correcto pero se equivocó en el otro.

Entonces, la jornada semanal de un empleado es

- A) 31 horas
 - B) 33 horas
 - C) 40 horas
 - D) 43 horas
5. Una gran compañía aérea tiene tres tipos de aviones: los X, los Y y los Z. Considere las siguientes afirmaciones:
- I. el avión X es más veloz que Y.
 - II. el avión X es más veloz que Z.
 - III. el avión Y es más veloz que Z.

De lo anterior se concluye que

- A) II y III implican I
 - B) I y III implican II
 - C) I y II excluyen III
 - D) II y III excluyen I
6. Cada una de seis personas tratan de adivinar el número de piedras contenidas en una caja. Sus conjeturas fueron; 52, 59, 62, 65, 49 y 42. Las seis se equivocaron y sus errores (por exceso o por defecto) en algún orden fueron de: 1, 4, 6, 9, 11 y 12 piedras. Podemos asegurar que en la caja habían
- A) 54 piedras
 - B) 65 piedras
 - C) 42 piedras
 - D) 53 piedras
7. En una relojería hay tres relojes: X, Y y Z. El reloj X adelanta una hora cada día, el reloj Y atrasa una hora cada día y el reloj Z está parado y marca las 6 horas. si se considera que el mejor reloj es el que indica un mayor número de veces la hora correcta, es cierto que
- A) Z es el mejor reloj
 - B) Y es el mejor reloj
 - C) X es el mejor reloj
 - D) X y Y son igualmente mejores relojes que Z

8. De una caja en la que hay monedas con denominaciones de 5, 10 y 20 colones, dos amigos tomaron dos monedas cada uno. Si se sabe que:
- I. Ninguno de ellos tomó dos monedas de la misma denominación.
 - II. Cada uno de ellos tomó una moneda de igual denominación.
 - III. Uno de ellos tomó 5 colones menos que el otro.

Entonces, la moneda de igual denominación que ambos tienen

- A) de 5 colones
 - B) de 10 colones
 - C) de 20 colones
 - D) no se puede determinar
9. Considere las siguientes afirmaciones:
- I. Si Manuel es contemporáneo de José y José es contemporáneo de Luis, entonces Manuel es contemporáneo de Luis.
 - II. Si Manuel es profesor de José y José es profesor de Luis, entonces Manuel es profesor de Luis.
 - III. Si Manuel es cuñado de José y José es cuñado de Luis, entonces Manuel es cuñado de Luis.

De las anteriores afirmaciones, es(son) siempre correcta(s)

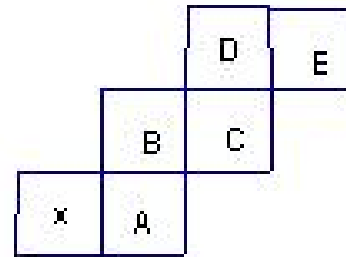
- A) la I y la II
 - B) la II y la III
 - C) la III
 - D) la I
10. Seis músicos participan en un festival de música. En cada concierto, algunos de estos músicos tocan y los demás escuchan. El mínimo número de conciertos necesarios para que cada uno de los músicos escuche a todos los demás es
- A) 6
 - B) 5
 - C) 4
 - D) 3
11. ¿Qué dígito representa a en la suma: $a000+a998+a999=22997$?
- A) 1
 - B) 6
 - C) 7
 - D) 9
12. En una hilera de cuatro casas, los Brito viven al lado de los Sanchez, pero no al lado de los García. Si los García no viven al lado de los López, ¿ quiénes son los vecinos inmediatos de los López?

- A) Los García
- B) Los Brito
- C) Los Sánchez
- D) No es posible determinarlo

13. En una conversación se escucha:
 -Tengo tantos hermanos como hermanas.
 La hermana de la persona que acaba de hablar declara:
 -En mi familia los hermanos son dos veces más que las hermanas.
 Entonces, en total el número de hermanos y hermanas es

- A) 7
- B) 4
- C) 3
- D) imposible de determinar

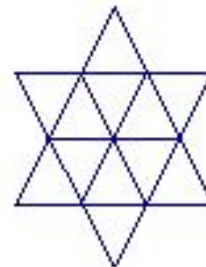
14. La siguiente figura se puede doblar de manera que se forme un cubo.



Al formar dicho cubo la letra que corresponde a la cara opuesta de la cara marcada con x es

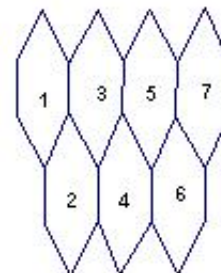
- A) B
- B) C
- C) D
- D) E

15. El número de triángulos que hay en la siguiente figura es



- A) 14
- B) 18
- C) 20
- D) 22

16. En la siguiente figura, el número de caminos que hay para ir de la casilla 1 a la casilla 7 si solo se permite moverse de una casilla a otra adyacente marcada con un número mayor es



- A) 8
- B) 11
- C) 12
- D) 13

17. LLenar la siguiente cuadrícula con números del 1 al 4 de manera que en cada renglón y en cada columna aparezcan los cuatros números, ¿qué número va en el signo de interrogación ?

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | 1 |
| | 2 | | |
| | | ? | |
| 1 | | | 4 |

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4

18. Se tiene que completar la siguiente cuadrícula con los números del 1 al 5, de tal forma que cada número aparezca únicamente una vez en cada columna y en cada fila.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 1 | | 5 |
| 2 | | | | |
| | 2 | | | 3 |
| 1 | | | 5 | |
| | | | | 4 |

Entonces, el número que va en en el centro de la cuadrícula es

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- D) 5

19. Acomodar en una cuadrícula de 3x3 los números del 1 al 9, de tal forma que cada columna y cada fila sumen 15, ¿cuál es número que va en el signo de interrogación de la cuadrícula?

| | | |
|---|---|---|
| | | 6 |
| | 5 | |
| ? | | |

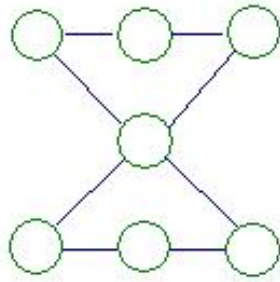
- A) 3
- B) 4
- C) 7
- D) 9

20. Si se acomodan en una cuadrícula de 3x3 los números 2003, 4006, 6009, 8012, 10015, 12018, 14021, 16024 y 18027 de manera que que en cada fila y en cada columna la suma de los tres números sea la misma, ¿cuánto debe ser dicha suma?

21. Se escriben los números primos: 5, 7, 11, 13, 17, 19, y 23, en cada uno de los círculos de la siguiente figura, de manera que la suma de los tres números en cada línea sea el mismo número primo.

El número que queda en círculo del centro de la figura es,

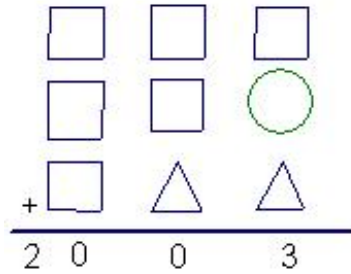
- A) 7
- B) 11
- C) 13
- D) 17



22. En el siguiente esquema cada figura corresponde a un dígito y figuras iguales representan el mismo dígito.

De acuerdo a la información dada, podemos afirmar que los dígitos del «cuadrado + círculo» es un número

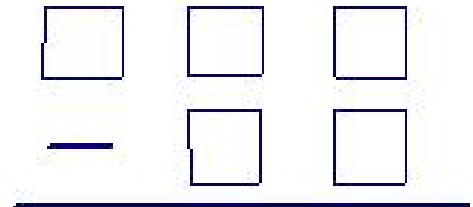
- A) par múltiplo de 3
- B) par múltiplo de 5
- C) impar múltiplo de 3
- D) impar múltiplo de 5



23. Se colocan en los recuadros siguientes los dígitos 5, 4, 7, 1, y 3 de tal forma que al efectuar la operación resta, se obtenga la menor diferencia posible.

El resultado de esta diferencia es

- A) 23
- B) 31
- C) 45
- D) 59



24. El siguiente término en la serie

U, D, T, C, C, S, S, O, ...

- A) N
- B) O
- C) T
- D) X

25. En una fábrica, por cada artículo que termine un obrero le entregan 2 bonos. Por cada 3 bonos le dan un almuerzo gratis. César tuvo derecho a 18 almuerzos gratis en el año y no le sobraron bonos.

- ¿En cuál de las opciones se ofrece una expresión que equivale al número de artículos que César entregó ese año?
- A) 3
 - B) 12
 - C) 27
 - D) 54
26. En un puesto de frutas y verduras hay 5 cajas de maderas colocadas en línea que contienen productos distintos. La caja de fresas está junto a la caja con berenjenas y junto a la caja con espinacas; la caja con mandarinas y la caja con papas no están colocadas una junto a la otra; además, la caja con mandarinas se encuentran hacia la derecha de la caja con berenjenas. El artículo que se encuentra en la caja del extremo izquierdo de la línea son las
- A) berenjenas
 - B) espinacas
 - C) fresas
 - D) papas

Preguntas de Desarrollo

1. Un pastor con una enorme y apetitosa lechuga, una enorme oveja hambrienta y un enorme lobo hambriento, llega a un río en el que hay un diminuto bote en la que no cabe más que el pastor y una sola de sus pertenencias. Si se deja la oveja y la lechuga para pasar al lobo de primero, la oveja no lo piensa dos veces para engullirse la enorme y exquisita lechuga. Si se deja al lobo y a la oveja juntos para pasar a la lechuga, la oveja pasará el río en el estómago del lobo. El pastor quiere pasar a todos al otro lado del río buenos y sanos. ¿Cómo lo hará?
2. Pedro tiene en una caja, lagartijas, escarabajos y gusanos. En total tiene 12 animales y 26 patas. Tiene más gusanos que lagartijas y escarabajos juntos, ¿cuántos animales de cada clase tiene Pedro?
3. Dos jugadores tienen dos grupos de piedras uno con 7 piedras y el otro con 6 piedras. Juegan de manera alternada y pueden retirar tantas piedras como deseen, pero sólo de uno de los montones. Gana quien retire la última piedra. ¿Quién tiene la ventaja, el jugador que empieza o el que juega de segundo?
4. ¿A qué hora exacta coinciden las dos manecillas de un reloj, entre las 3 y las 4 horas ?
5. Se tiene una jarra con 24 litros de agua y hay que dividirla en tres partes iguales, utilizando solamente la jarra original y otras tres de 5, 11 y 13 litros respectivamente, ¿cómo se hará?

6. Se tienen tres jarras para vino, una para ocho litros, otra para cinco y la tercera para tres. La jarra grande se llena de vino, las otras dos están vacías. ¿Es posible repartir el vino en dos jarras, cada una con cuatro litros exactamente y usando sólo las medidas que permiten las jarras?
7. En un colegio hay tres clubes: jardinería, pintura y teatro. De 93 alumnos de séptimo año de ese colegio, 7 están al menos en el club de jardinería, 27 al menos en el club de teatro, 40 al menos en el club de pintura, 7 al menos en jardinería y teatro a la vez, 4 al menos en jardinería y pintura, 19 al menos en teatro y pintura y, finalmente, hay 4 que están en los tres clubes. Determine cuántos estudiantes están solamente en el club de jardinería, cuántos solamente en el club de pintura y cuántos solamente en el de teatro y cuántos no están en ningún club.
8. Una mula y un burro llevaban una carga de sacos. El burro lanzó un gruñido y la mula le dijo: ¿de qué te quejas? El burro respondió: si me dieras un saco tendría el doble de sacos que tú; y si yo te diera dos de mis sacos, nuestras cargas serían iguales. ¿Cuántos sacos llevaba cada animal?
9. Si todas las X son Y, pero sólo algunas Y son Z. ¿Cuáles de los siguientes enunciados son ciertos?
 - i- Ninguna X puede ser Z
 - ii- Si algo no es una Y, entonces no es una X
 - iii- Si algo es una Z, entonces no es una X
10. ¿Cuántos minutos son necesarios para hacer un viaje de 30 km a una velocidad promedio de 20 km por hora?
11. Pedro compra naranjas a 360 colones la docena. Si quiere ganar 120 colones por docena, ¿cuál será el precio al que debe vender cada naranja?

Bibliografía

- [1] Calendario CIEMAC 2006. Escuela de Matemáticas del Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- [2] Cien Problemas de Matemáticas: combinatoria, álgebra, geometría. Instituto de Ciencias de la Educación. Universidad de Valladolid. Francisco Bellot Rosado, Maria Ascención López Chamorro, 1994.
- [3] La Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Sociedad Matemática Mexicana y Academia de la Investigación Científica, A.C.
- [4] La Prueba de Aptitud Académica. Proceso de Admisión 2004-2005. Universidad de Costa Rica.
- [5] Problemas de Preparación para las Olimpiadas Costarricenses de Matemática. Editorial UNED.
- [6] The Contest Problem Book IV. Annual High School Examinations, 1973-1982 of The Mathematical Association of America.
- [7] The Contest Problem Book V. American High School Mathematics Examinations and American Invitational Mathematics Examinations, 1983-1988.
- [8] Vivas, Arache. Test de Lógica e Inteligencia.