Principio del Buen Conteo

PROBLEMAS DE OLIMPÍADAS MATEMÁTICAS

Estos ejercicios fueron recopilados de los examenes de las diferentes eliminatorias del año 2000, 2002, 2004 y 2006. Asimismo de la 1^{ra}, 2^{da} y 3^{ra} Capacitación para Profesores Formadores de Competidores Olímpicos; 2004, 2005 y 2006.

---

1. En un año NO bisiesto, el día «del medio», es decir, aquel cuyo número de días anteriores a él es igual al número de días posteriores a él, es el

   A) 1 de julio

   B) 30 de junio

   C) 2 de julio

   D) 1 de junio

2. La cantidad de maneras distintas que permiten expresar cuatro fichas marcadas con D y L, que están en línea (como por ejemplo: DDLL, o LDLD) y de modo que en dos fichas adyacentes no aparezca la letra D, es igual

   A) 10

   B) 12

   C) 14

   D) 8

3. En un torneo de tenis hay 1024 jugadores, y el sistema es de eliminación sencilla, es decir, si un jugador pierde un juego, se sale del torneo y si gana vuelve a jugar, y asi sigue hasta que quede uno solo; el campeón. Entonces en el torneo se jugarán un total de

   A) 512 partidos

   B) 1023 partidos

   C) 1024 partidos

   D) 618 partidos

4. En un colegio hay 2048 alumnos. El director decidió dar vacaciones de la siguiente manera: el primer día salen la mitad de los alumnos; el segundo día salen la mitad de los que quedaban; el tercer día salen la mitad de los que quedaban y así sucesivamente. Usted fue el último en salir. El número de días que transcurrieron desde que salió el primer grupo y usted salió, es de

   A) 7 días

   B) 9 días

   C) 10 días

D) 11 días

5. En un determinado país, se celebran elecciones para elegir Alcaldes, Consejos Municipales y Gobernadores cada tres años, El Congreso Nacional Cada 5 años y el Presidente cada seis años. Si en 1980 coincidieron las tres elecciones, el siguiente año en que vuelven a coincidir es en el

   A) 2000

   B) 2005

   C) 2010

   D) 2015

6. La expresión $(112296)^2 - (79896)^2$ es equivalente a

   A) 11!

   B) 13!

   C) $(5!)^2$

   D) (10)(27)(5!)

7. De la lista de enteros positivos del 100 al 999 inclusive, la cantidad de ellos que no contienen los dígitos 2, 5, 7 y 8 es igual a

   A) 125

   B) 150

   C) 180

   D) 216

8. Cuando el número,

$$111222333444555666777888999$$

   se divide entre 111, se obtiene un número cuya cantidad de dígitos es

   A) 8

   B) 9

   C) 17

   D) 25

9. ¿Cuántos números hay entre 999^2 y 1000^2, sin incluir estos dos números?

   A) 999

   B) 1000

   C) 1998

   D) 1999

10. El número real x, definido por: x=$2 + \sqrt{2} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$, es igual a

   A) x=1

   B) x=5

C) x=$2\sqrt{2}$

D) x=$2\sqrt{2}-1$

11. El número de 4 cifras de $8xy9$, es un cuadrado perfecto. Entonces $x+y$ es igual a

A) 1

B) 5

C) 9

D) 10

12. Luis va a guardar en estuches sus lápices, 10 en cada estuche. Si tiene 179 lápices de un color y 121 de otro, la cantidad de estuches que necesita al menos para guardarlos, si no quiere juntar lápices de distinto color en el mismo estuche, es de

A) 18

B) 24

C) 31

D) 30

13. En un olla B cabe exactamente $\frac{13}{3}$ de la capacidad de un vaso A. Si la olla está llena de agua, el vaso A está vacío y se vierte $\frac{1}{4}$ del contenido de B en el vaso A, se puede asegurar que

A) menos de la mitad del vaso A está llena de agua

B) menos de la mitad de la olla B está llena de agua

C) el contenido vertido no cabe en A y se derrama

D) el vaso A no queda totalmente lleno de agua

14. Considere los números de cinco cifras formados por los dígitos 1 y 2 únicamente. La cantidad de ellos en los que el número uno aparece más veces que el número dos es iugal a

A) 20

B) 18

C) 32

D) 16

15. Seis cartas marcadas con los números 2, 3, 5, 6, 7 y 9 se ponen en fila de manera que se lee el número 632579. La mínima cantidad de intercambios de dos cartas consecutivas que deben hacerse para que el número que resulte al final sea múltiplo de 4, es

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

16. Una señora tiene 6 canastas de frutas, unas de puras manzanas y otras de puras naranjas. Las 6 canastas tienen 8, 12, 14, 17, 19 y 23 frutas respectivamente, pero no sabemos cuáles son de naranjas y cuáles son de manzanas. La señora vendió una canasta completa , y en total en las restantes cinco canastas quedaron el doble de naranjas que de manzanas. La cantidad de naranjas que le quedan en total a la señora es igual a

A) 54

B) 25

C) 27

D) 53

17. Seis bolsas de bolas contienen 18, 19, 21, 23, 25 y 34 bolas, respectivamente. Cinco de las bolsas contiene bolas azules y la otra tiene bolas rojas. Juan toma tres de las bolsas y Jorge toma dos bolsas de las otras. Sólo se quedó la bolsa con bolas rojas. Si Juan obtuvo el doble de bolas que Jorge, hay un total de bolas rojas igual a

A) 19

B) 21

C) 34

D) 23

18. Un virus atacó el disco dura de una computadora, el primer día destruyó dos terceras partes, el segundo día, de lo que quedo destruyó una cuarta parte, finalmente el tercer día destruyó la quinta parte de lo que le quedaba. La fracción del disco duro que quedó sin dañar es igual a

A) $\frac{1}{30}$

B) $\frac{13}{60}$

C) $\frac{7}{60}$

D) $\frac{1}{5}$

19. Una alfombra mágica, de forma rectangular, después de cumplirle un deseo a su dueño, se reduce a la mitad de su largo y a la tercera parte de su ancho. Cada nuevo deseo del amo reduce el largo de la alfombra a su mitad y su ancho a la tercera parte, de las dimensiones obtenidas del rectángulo del deseo anterior. Al cabo de tres deseos la alfombra tiene un área de $4m^2$. Si su ancho inicial era de $9m$, su largo inicial es de

A) 96m

B) 76m

C) 84m

D) 12m

20. La cantidad de números enteros positivos menores que 1000 que existen con la propiedad de que la suma de sus cifras sea igual a 7, es igual a

A) 24

B) 30

C) 33

D) 36

21. Luis cambia dos dígitos al número 888 buscando un número de tres dígitos lo mayor posible que sea divisuble por 8. Iván le cambia dos dígitos al número 888 buscando un número de tres dígitos lo menor posible y que sea divisible entre 8. La diferencia, entre estos dos números es igual a

A) 766

B) 163

C) 856

D) 73

22. Olga se va de viaje por 90 días y quiere llevarse ropa suficiente para que cada día use un conjunto diferente. Tiene 10 bufandas, 10 blusas y 10 faldas. La mínima cantidad de prendas que Olga tiene que llevar para formar conjuntos distintos (y usando los tres tipos de prendas) cada día, es igual a

A) 21

B) 15

C) 18

D) 14

23. Empezando por el número 2006, construimos una lista de números de la siguiente forma: cada número es la suma de los cuadrados de los dígitos del número anterior. Es decir, el segundo número de la lista es 40 ($2^2 + 6^2$), el tercero es 16 ($4^2 + 0^2$), el cuarto es 37 ($1^1 + 6^2$) y así sucesivamente. El número que ocupa el lugar 2006 es igual a

A) 42

B) 16

C) 37

D) 89

24. La suma de todos los enteros entre 50 y 350 cuya cifra de las unidades es 1 es

A) 5880

B) 5539

C) 5208

D) 4877

E) 4566

Preguntas de Desarrollo

1. Haciendo sumas, adecuadamente, con los números 5 y 7, se pueden obtener muchos números:

   12=5+7
   15=5+5+5
   21=7+7+7
   27=5+5+5+5+7

   ¿Cuáles no se pueden obtener? ¿Cuáles si?

2. Queremos descomponer el número 535 como suma de números consecutivos positivos. ¿Cuántas formas hay de hacerlo?

3. El promedio de 12 diferentes números enteros positivos es 12. ¿ Cuál es el mayor valor posible de cualquiera de esos números?

4. Un total de 28 apretones de mano fueron dados al final de una fiesta. Asumiendo que todos y cada uno estrecharon la mano de todos los demás solo una vez, ¿cuántas personas estaban en la fiesta?

5. Se tienen dos jarras para agua, una con capacidad para siete litros y otra para cuatro litros. ¿Se puede llenar y vaciar para obtener exactamente en una de ellas cinco litros de agua?

6. ¿Cuántos números de 2 dígitos tienen la propiedad de que el número de las decenas es estrictamente mayor que el de las unidades?

7. Al escribir un 1 en ambos extremos de cierto número de tres dígitos se obtiene un número que ahora es de cinco dígitos y que es igual al número original de tres dígitos más un incremento de 14789. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número original?

Bibliografía

[1] Calendario CIEMAC 2006. Escuela de Matemáticas del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

[2] Cien Problemas de Matemáticas: combinatoria, álgebra, geometría. Instituto de Ciencias de la Educación.Universidad de Valladolid. Francisco Bellot Rosado, Maria Ascención López Chamorro, 1994.

[3] La Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Sociedad Matemática Mexicana y Academia de la Investigación Científica, A.C.

[4] La Prueba de Aptitud Académica. Proceso de Admisión 2004-2005. Universidad de Costa Rica.

[5] Problemas de Preparación para las Olimpíadas Costarricenses de Matemática. Editorial UNED.

[6] The Contest Problem Book IV. Annual High School Examinations, 1973-1982 of The Mathematical Association of America.

[7] The Contest Problem Book V. American High School Mathematics Examinations and American Invitational Mathematics Examinations, 1983-1988.

[8] Vivas, Arache. Test de Lógica e Inteligencia.