

# Simplificación de Fracciones Algebraicas

Una fracción algebraica es el cociente indicado de dos expresiones algebraicas. Así,  $\frac{a}{b}$  es una fracción algebraica porque es el cociente indicado de la expresión  $a$  (dividendo) entre la expresión  $b$  (divisor).

El dividendo  $a$  se llama **numerador** de la fracción algebraica, y el divisor  $b$ , **denominador**. El numerador y el denominador son los **términos** de la fracción.

## Principio Fundamental de las Fracciones

Si cada miembro de una fracción se multiplica o se divide por una misma cantidad diferente de cero, el valor de la fracción no se altera.

$$\frac{a}{b} = \frac{an}{bn} \quad | \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div n}{b \div n}$$

## Los Signos

En una fracción algebraica hay que considerar **tres** signos: el signo de la fracción, el signo del numerador y el signo del denominador.

$$\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b} = -\frac{-a}{b} = -\frac{a}{-b} \quad | \quad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

En una fracción se puede cambiar simultáneamente los signos del numerador y del denominador sin alterar el valor de la fracción. Sin embargo, si se cambia el signo del numerador o el signo del denominador, se debe cambiar entonces el signo que precede a la fracción.

Para cambiar el signo al numerador o al denominador -cuando el numerador y/o el denominador de la fracción es un polinomio- hay que cambiar el signo, a cada uno de los términos del polinomio.

### Ejemplo 1

$$\frac{a-5}{b-4} = \frac{5-a}{4-b}$$

### Ejemplo 2

$$\frac{a-5}{b-4} = -\frac{a-5}{4-b} = -\frac{5-a}{b-4}$$

**Ejemplo 3**

$$\frac{a - b}{x - y} = \frac{-a + b}{-x + y} = \frac{b - a}{y - x}$$

De acuerdo con lo anterior la fracción  $\frac{x-2}{x-3}$  puede escribirse de los cuatro modos siguientes:

$$\frac{x - 2}{x - 3} = \frac{2 - x}{3 - x} = -\frac{2 - x}{x - 3} = -\frac{x - 2}{3 - x}$$

**Nota 1**

Las siguientes igualdades pueden ser útiles para cambiar el signo a un número par de factores sin cambiar el signo de la fracción:

$$\frac{ab}{xy} = \frac{(-a)b}{(-x)y} = \frac{(-a)b}{x(-y)} = \frac{a(-b)}{x(-y)} = \frac{(-a)(-b)}{xy} = \frac{ab}{(-x)(-y)} = \frac{(-a)(-b)}{(-x)(-y)}$$

**Nota 2**

Las siguientes igualdades pueden ser útiles para cambiar el signo a un número impar de factores cambiando el signo de la fracción:

$$\frac{ab}{xy} = -\frac{(-a)b}{xy} = -\frac{ab}{x(-y)} = -\frac{(-a)(-b)}{(-x)y} = -\frac{(-a)b}{(-x)(-y)}$$

---

**Fracciones Equivalentes**


---

Tanto en aritmética como en álgebra una primera fracción es equivalente a otra, si la segunda fracción puede obtenerse a partir de la primera multiplicando o dividiendo tanto el numerador como el denominador de la primera fracción por el mismo número o expresión algebraica.

Simplificar una expresión algebraica es convertirla es una fracción equivalente cuyos términos no tengan factores comunes. La fracción resultante se conoce como fracción **irreductible** y entonces la fracción está reducida a **su más simple expresión** o a su **mínima expresión**.

### Reducción a la Mínima Expresión

Reducir una fracción algebraica es cambiar su forma sin cambiar su valor.

Para reducir una fracción a su mínima expresión, se factoriza primero el numerador y el denominador y luego se divide cada uno de ellos entre cada factor que les sea común. La aplicación práctica de esto último se conoce como la Ley de Cancelación.

Recordar que: «*nunca se cancelan términos del numerador y del denominador; solo se cancelan factores*».

#### Ley de Cancelación

$$\frac{an}{bn} = \frac{a \cancel{n}}{b \cancel{n}} = \frac{a}{b}$$

#### Errores Comunes

$$\frac{a+b}{a+c} = \frac{\cancel{a}+b}{\cancel{a}+c} = \frac{b}{c}$$

$$\frac{a^3+b}{a} = \frac{\cancel{a}^3+b}{\cancel{a}} = a^2+b$$

$$\frac{2-5x}{5a} = \frac{2-\cancel{5}x}{\cancel{5}a} = \frac{2-x}{a}$$

$$\frac{(a-3b)(4+7b)}{(a-3b)4-7b} = \frac{(4+7b)}{4-7b}$$

# Ejercicios

Instrucciones: reducir a la mínima expresión los monomios siguientes.

1.  $\frac{18}{48}$
2.  $\frac{39a}{65m}$
3.  $\frac{a^2}{a}$
4.  $\frac{8x}{2y}$
5.  $\frac{3xy}{9x^2}$
6.  $\frac{12a^b}{16ab^2}$
7.  $\frac{12x^2y^3}{21x^3y^2}$
8.  $\frac{a^2}{ab}$
9.  $\frac{5a}{35a^2b}$
10.  $\frac{x^2y^2}{x^3y^3}$
11.  $\frac{ax^3}{4x^5y}$
12.  $\frac{6m^2n^3}{3m}$
13.  $\frac{9x^2y^3}{24a^2x^3y^4}$
14.  $\frac{6xy^2z^4}{9x^2y^2z^3}$
15.  $\frac{a^2b^2}{a^4b}$
16.  $\frac{9x^4}{3x^3}$
17.  $\frac{48a^3b^5}{16a^2b^2}$
18.  $\frac{250x^3y^3z^7}{25x^5y^4z^7}$
19.  $\frac{34a^5b^5c^5}{85a^7b^9x^4}$
20.  $\frac{23a^9x^7}{46a^4x^4y^2}$
21.  $\frac{25x^8}{125x^9y}$
22.  $\frac{21mn^3x^6}{28m^4n^2x^2}$
23.  $\frac{42a^2c^3n}{26a^4c^5m}$
24.  $\frac{17x^3y^4z^6}{34x^7y^8z^{10}}$
25.  $\frac{30x^6y^2}{45a^3x^4z^3}$
26.  $\frac{a^5b^7}{3a^8b^9c}$
27.  $\frac{21a^8b^{10}c^{12}}{63a^4bc^2}$
28.  $\frac{54x^9y^{11}z^{13}}{63x^{10}y^{12}z^{15}}$
29.  $\frac{15a^{12}b^{15}c^{20}}{75a^{11}b^{16}c^{22}}$
30.  $\frac{75a^7m^5}{100a^3m^{12}n^3}$

# Ejercicios

Instrucciones: simplificar a la mínima expresión los polinomios siguientes.

- |   |                                      |  |                                  |
|---|--------------------------------------|--|----------------------------------|
| 1. $\frac{2m+8}{5m+20}$                 | $\mathbb{R}/\frac{2}{5}$             | 19. $\frac{4a^2-9b^2}{(2a-3b)^2}$            | $\mathbb{R}/\frac{2a+3b}{2a-3b}$ |
| 2. $\frac{m^2}{m^2-mn}$                 | $\mathbb{R}/\frac{m}{m-n}$           | 20. $\frac{ax+bx-cx}{ay+by-cy}$              | $\mathbb{R}/\frac{x}{y}$         |
| 3. $\frac{ax+bx}{cx}$                   | $\mathbb{R}/\frac{a+b}{c}$           | 21. $\frac{m^2-mn}{m^2-2mn+n^2}$             | $\mathbb{R}/\frac{m}{m-n}$       |
| 4. $\frac{2a^2b}{2a^2x+2a^3}$           | $\mathbb{R}/\frac{b}{a+x}$           | 22. $\frac{m^2-2mn+n^2}{m^2-n^2}$            | $\mathbb{R}/\frac{m-n}{m+n}$     |
| 5. $\frac{6ab}{6a^2b-6ab^2}$            | $\mathbb{R}/\frac{1}{a-b}$           | 23. $\frac{9x^2+6x+1}{9x^2-1}$               | $\mathbb{R}/\frac{3x+1}{3x-1}$   |
| 6. $\frac{m}{m-m^2}$                    | $\mathbb{R}/\frac{1}{1-m}$           | 24. $\frac{a^2b^2c^2+2abc+1}{a^2b^2c^2+abc}$ | $\mathbb{R}/\frac{abc+1}{abc}$   |
| 7. $\frac{m-2}{2-m}$                    | $\mathbb{R}/-1$                      | 25. $\frac{1+a+a^2}{3a^2+3a^3+3a^4}$         | $\mathbb{R}/\frac{1}{3a^2}$      |
| 8. $\frac{a-b}{b-a}$                    | $\mathbb{R}/-1$                      | 26. $\frac{m^2-5m+4}{m^2-3m-4}$              | $\mathbb{R}/\frac{m-1}{m+1}$     |
| 9. $\frac{m-n}{n-m}$                    | $\mathbb{R}/-1$                      | 27. $\frac{3m^2-5m+2}{2m^2-5m+3}$            | $\mathbb{R}/\frac{3m-2}{2m-3}$   |
| 10. $\frac{xy}{3x^2y-3xy^2}$            | $\mathbb{R}/\frac{1}{3(x+y)}$        | 28. $\frac{3x^2-4x-15}{x^2-5x+6}$            | $\mathbb{R}/\frac{3x+5}{x-2}$    |
| 11. $\frac{10a^2b^3c}{80(a^3b-a^2b^3)}$ | $\mathbb{R}/\frac{b^2c}{8(a-1)}$     | 29. $\frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}$            | $\mathbb{R}/\frac{x-y}{x+y}$     |
| 12. $\frac{x^2y-xy^2}{9x-9y}$           | $\mathbb{R}/\frac{xy}{9}$            | 30. $\frac{a^2-7a+12}{a^2-8a+15}$            | $\mathbb{R}/\frac{a-4}{a-5}$     |
| 13. $\frac{12m+12n}{24x+24y}$           | $\mathbb{R}/\frac{1}{2}$             | 31. $\frac{a^2-3a-4}{a^2-8a+16}$             | $\mathbb{R}/\frac{a+1}{a-1}$     |
| 14. $\frac{2ax+4bx}{3ay+6by}$           | $\mathbb{R}/\frac{2x}{3y}$           | 32. $\frac{x^2+x-6}{x^2+5x+6}$               | $\mathbb{R}/\frac{x-2}{x+2}$     |
| 15. $\frac{9a^2b+12ab^2}{9a^3b-15ab^3}$ | $\mathbb{R}/\frac{3a+4b}{3a^2-5b^2}$ | 33. $\frac{a^2+4a+3}{a^2-a-2}$               | $\mathbb{R}/\frac{a+3}{a-2}$     |
| 16. $\frac{25rx-35ry}{35sx-49sy}$       | $\mathbb{R}/\frac{5r}{7s}$           | 34. $\frac{2a^2+9a+4}{2a^2+11a+5}$           | $\mathbb{R}/\frac{a+4}{a+5}$     |
| 17. $\frac{4a^2-9b^2}{2a+3b}$           | $\mathbb{R}/2a-3b$                   | 35. $\frac{6x^2+5x-6}{2x^2+5x+3}$            | $\mathbb{R}/\frac{3x-2}{x+1}$    |
| 18. $\frac{x^2-4}{5ax+10a}$             | $\mathbb{R}/\frac{x-2}{5a}$          | 36. $\frac{3x^2y+15xy}{x^2-25}$              | $\mathbb{R}/\frac{3xy}{x-5}$     |

37.  $\frac{a^2-4ab+4b^2}{a^3-8b^3}$   $\mathbf{R}/\frac{a-2b}{a^2+2ab+4b^2}$
38.  $\frac{x^3+4x^2-21x}{x^3-9x}$   $\mathbf{R}/\frac{x+7}{x+3}$
39.  $\frac{a^3+b^3}{a^2-b^2}$   $\mathbf{R}/\frac{a^2-ab+b^2}{a-b}$
40.  $\frac{a^3+1}{a^4-a^3+a-1}$   $\mathbf{R}/\frac{1}{a-1}$
41.  $\frac{u^2-v^2}{u^4-v^4}$   $\mathbf{R}/\frac{1}{(u-v)(u+v)}$
42.  $\frac{x^3-y^3}{x^2-y^2}$   $\mathbf{R}/\frac{x^2+xy+y^2}{x+y}$
43.  $\frac{b^6-c^6}{b^4-c^4}$   $\mathbf{R}/\frac{(b^2-bc+c^2)(b^2+bc+c^2)}{b^2+c^2}$
44.  $\frac{m^6-n^6}{m^9-n^9}$   $\mathbf{R}/\frac{(m+n)(m^2-mn+n^2)}{m^6+m^3n^3+n^6}$
45.  $\frac{m^2+n^2}{m^4-n^4}$   $\mathbf{R}/\frac{1}{(m-n)(m+n)}$
46.  $\frac{(m-n)^2}{m^2-n^2}$   $\mathbf{R}/\frac{m-n}{m+n}$
47.  $\frac{x^3+y^3}{(x+y)^3}$   $\mathbf{R}/\frac{x^2-xy+y^2}{(x+y)^2}$
48.  $\frac{(a-x)^3}{a^3-x^3}$   $\mathbf{R}/\frac{(a-x)^2}{a^2+ax+x^2}$
49.  $\frac{m+1}{(m+1)^2+m+1}$   $\mathbf{R}/\frac{1}{m+2}$
50.  $\frac{(m+n)^2-3(m+n)}{(m+n)^2}$   $\mathbf{R}/\frac{m+n-3}{m+n}$
51.  $\frac{(m^3+n^3)(m^2+n^2)}{m^4-n^4}$   $\mathbf{R}/\frac{m^2-mn+n^2}{m-n}$
52.  $\frac{(m^2+n^2)^2}{m^4-n^4}$   $\mathbf{R}/\frac{m^2+n^2}{(m-n)(m+n)}$
53.  $\frac{x^2-4x+4}{-x^2+5x-6}$   $\mathbf{R}/-\frac{x-2}{x-3}$
54.  $\frac{ax+ay-az}{x^2-y^2+2yz-z^2}$   $\mathbf{R}/\frac{a}{x-y+z}$
55.  $\frac{m+n-2(m+n)^2+(m+n)^3}{(m+n)^3}$   $\mathbf{R}/\frac{(m+n-1)^2}{(m+n)^2}$
56.  $\frac{c^2-b^2+2ab-a^2}{a^2-b^2+2bc-c^2}$   $\mathbf{R}/\frac{c+b-a}{a+b-c}$
57.  $\frac{ax+ay-cx-cy}{ax+ay+cx+cy}$   $\mathbf{R}/\frac{a-c}{a+c}$
58.  $\frac{2ac-2ad-3bc+3bd}{2ac-2ad+3bc-3bd}$   $\mathbf{R}/\frac{2a-3b}{2a+3b}$
59.  $\frac{mn-2m+3n-6}{mn-2m-3n+6}$   $\mathbf{R}/\frac{m+3}{m-3}$
60.  $\frac{3an-4a-6bn+8b}{6n^2-5n-4}$   $\mathbf{R}/\frac{a-2b}{2n+1}$
61.  $\frac{x-3}{(2x-5)x-3}$   $\mathbf{R}/\frac{1}{2x+1}$
62.  $\frac{a-4}{(3a-11)a-4}$   $\mathbf{R}/\frac{1}{3a+1}$
63.  $\frac{y-3}{(5y-14)y-3}$   $\mathbf{R}/\frac{1}{5y+1}$
64.  $\frac{b-4}{(4b-15)b-4}$   $\mathbf{R}/\frac{1}{4b+1}$
65.  $\frac{x+1}{x(x+1)+(x+2)x+1}$   $\mathbf{R}/\frac{1}{2x+1}$
66.  $\frac{2b+1}{3(2b+1)+2(3b+2)2b+1}$   $\mathbf{R}/\frac{1}{2(3b+2)}$
67.  $\frac{(a+1)(2a-3)}{-4(a+1)+(2a+3)a+1}$   $\mathbf{R}/1$
68.  $\frac{(y+3)(2y-1)}{2(y+3)+(2y+7)+3}$   $\mathbf{R}/\frac{2y-1}{4}$
69.  $\frac{m-am+n-an}{1-3a+3a^2-a^3}$   $\mathbf{R}/\frac{m+n}{(a-1)^2}$
70.  $\frac{a^2-a^3-1+a}{a^2+1-a^3-a}$   $\mathbf{R}/\frac{(a+1)(a-1)}{a^2+1}$

# Bibliografía

- [1] Baldor, Aurelio. Algebra Elemental.
- [2] Hawkes, Herbert y otros. Second-Year Algebra.
- [3] Rees, Paul K. y Fred W. Sparks. Algebra.
- [4] Schultze, Arthur y William Breckenridge. Elementary and Intermediate Algebra.