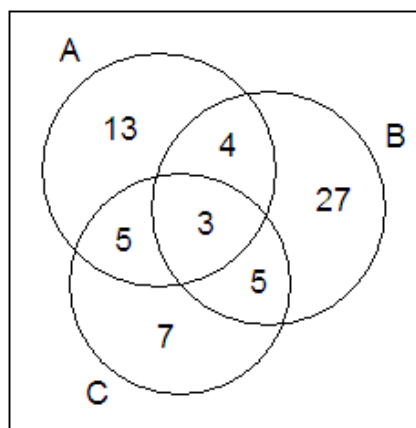


Ejercicios de Teoría de Conjuntos

Problemas que se Resuelven con Diagramas de Venn-Euler

- Si en un total de 50 alumnos de primer ingreso, 30 estudian Basic, 25 Pascal y 10 estudian ambos lenguajes. ¿Cuántos alumnos de primer ingreso estudian al menos un lenguaje de computación? R/45.
- Una compañía tiene 350 empleados, de los cuales 160 obtuvieron un aumento de salario, 100 fueron promovidos y 60 fueron promovidos y obtuvieron una aumento de salario.
 - ¿Cuántos empleados obtuvieron un aumento pero no fueron promovidos? R/100.
 - ¿Cuántos empleados fueron promovidos pero no obtuvieron un aumento? R/40.
 - ¿Cuántos empleados no obtuvieron ni aumento de salarios ni fueron promovidos? R/150.
- El diagrama representa un grupo de estudiantes que fueron encuestados y a los cuales se les pidió su opinión respecto de los temas A, B y C.



Al respecto se desea saber:

- ¿Número de estudiantes de la muestra? R/64.
- ¿Número de estudiantes que opinaron del tema B o C? R/51.
- ¿Cuántos no opinaron? R/0.
- ¿Cuántos estudiantes que habian opinado sobre el tema B opinaron sobre los temas A o C? R/12.
- ¿Número de estudiantes que opinaron de los temas A y B? R/7.
- ¿Cuántos dieron su opinión sólo referente al tema A? R/13.
- ¿Cuántos manifestaron su opinión sobre los tres temas? R/3.
- ¿Cuántos opinaron sobre el tema C pero no sobre el tema B? R/12.

4. En un grupo de 165 estudiantes, 8 toman cálculo, psicología y computación; 33 toman cálculo y computación; 20 toman cálculo y psicología; 24 toman psicología y computación; 79 están en cálculo; 83 están en psicología y 63 toman computación.
- ¿Cuántos estudiantes toman exclusivamente psicología? R/47.
 - ¿Cuántos estudiantes toman solamente dos materias? R/53.
 - ¿Cuántos estudiantes toman cálculo y computación? R/33.
 - ¿Cuántos estudiantes toman al menos una de las tres materias? R/156.
 - ¿Cuántos estudiantes no toman ninguna de estas asignaturas? R/9.
5. En una encuesta realizada a 120 pasajeros, una línea aérea descubrió que a 48 les gustaba el vino (V) con sus alimentos, a 78 les gustaba las bebidas preparadas (P) y a 66 el té helado (T). Además, a 36 les gustaba cualquier par de estas bebidas y a 24 pasajeros les gustaba todo. Encuentre:
- ¿Cuántos pasajeros solamente les gusta el té? R/18.
 - ¿A cuántos de ellos solamente les gusta el vino con sus alimentos? R/0.
 - ¿A cuántos de ellos solamente les gusta las bebidas preparadas? R/30.
 - ¿Cuántos de ellos les gusta al menos 2 de las bebidas para acompañar sus alimentos? R/60.
 - ¿Cuántos de los pasajeros no beben ni vino. ni té, ni bebidas preparadas? R/12.
6. Se tienen 3 juegos de video: llamados A, B y C. Un niño juega los tres, 3 niños juegan A o B, 3 niños juegan A o C, 4 niños juegan B o C. Si sabemos que 8 niños juegan el juego A, 12 el juego B y 10 el C, entonces;
- ¿Cuántos niños juegan a lo más los tres juegos? R/21.
 - ¿Cuántos niños usan los juegos A o B? R/17.
 - ¿Cuántos usan B o C? R/18.
 - ¿Cuántos niños juegan sólo el juego C? R/4.
 - ¿Cuántos niños sólo juegan un juego y sólo un juego? R/13.
7. Un profesor tiene dos docenas de libros de introducción a las ciencias de la computación y está interesado en la forma en que tratan los temas: compiladores (A), estructuras de datos (B) e intérpretes (C). Los siguientes datos representan la cantidad de libros que contienen material relativo a estos temas:
 $|A| = 8$, $|B| = 13$, $|C| = 13$, $|A \cap B| = 5$, $|A \cap C| = 3$, $|B \cap C| = 6$ y $|A \cap B \cap C| = 2$
 Determine:
- ¿Cuántos libros incluyen el material de exactamente uno de estos temas? R/12.
 - ¿Cuántos no tratan ninguno de estos temas? R/2.
 - ¿Cuántos no tienen material sobre compiladores? R/16.
 - ¿Cuántos libros no tienen material sobre estructuras de datos? R/11.
 - ¿Cuántos libros tienen al menos dos de estos temas en sus páginas? R/10.
 - ¿Cuántos de ellos tienen a lo sumo dos de los temas tratados? R/20.

8. Al seleccionar un computador nuevo para su centro de cálculo, el responsable del mismo examina 15 modelos diferentes, considerando: el dispositivo para cinta magnética (A), la terminal para mostrar gráficas (B) y la memoria semiconductora (además de la memoria principal). El número de de computadoras con cualquiera o todas estas características es el siguiente:

$$|A| = |B| = |C| = 6, |A \cap B| = |B \cap C| = 1, |A \cap C| = 2, |A \cap B \cap C| = 0. \text{ Hallar:}$$

- a) ¿Cuántos modelos tienen exactamente una de estas características? R/10.
- b) ¿Cuántos modelos no tiene ninguna de estas características? R/1.
- c) ¿Cuántos modelos de computadores tienen solamente la características de mostrar gráficas? R/4.
- d) ¿Cuántos modelos tienen solamente dos y solo dos características al mismo tiempo? R/4.
9. Para una muestra de 100 chips lógicos. Sean A, B y C los subconjuntos que tienen los defectos D_1 , D_2 y D_3 respectivamente. Si $|A|=23$, $|B|=26$, $|C|=30$, $|A \cap B|=7$, $|A \cap C|=8$, $|B \cap C|=10$ y $|A \cap B \cap C|=3$, entonces
- a) ¿cuántos chips de la muestra tienen sólo un defecto D_1 ? R/5.
- b) ¿cuánto chips tienen al menos dos defectos? R/28.
- c) ¿cuánto chips tienen a lo sumo 2 defectos? R/45.
- d) ¿cuánto chips no tienen ningún defecto? R/52.
10. Un grupo de primer ingreso de una escuela de ingeniería tiene 300 estudiantes. Se sabe que 180 pueden programar en Pascal, 120 en Fortran, 30 en Apl, 12 en Pascal y Apl, 18 en Fortran y Apl, 12 en Pascal y Fortran y 6 en los tres lenguajes. Conteste:
- a) ¿Cuántos estudiantes pueden programar exactamente en dos lenguajes? R/24.
- b) ¿Cuántos estudiantes pueden programar a lo menos en dos lenguajes? R/30.
- c) ¿Cuántos estudiantes pueden programar a lo sumo en tres lenguajes? R/294.
- d) ¿Cuántos estudiantes de la escuela de ingeniería no saben ninguno de estos tres lenguajes? R/6 .
11. En un curso compuesto de 22 alumnos; 12 estudian alemán, 11 estudian inglés, y 11 francés, 6 estudian alemán e inglés, 7 estudian inglés y francés, 5 estudian alemán y francés y 2 estudian los tres idiomas.
- a) ¿Cuántos alumnos sólo estudian inglés? R/0.
- b) ¿Cuántos alumnos sólo estudian un lenguaje? R/4.
- c) ¿Cuántos alumnos sólo estudian dos idiomas al mismo tiempo? R/12.
- d) ¿Cuántos alumnos no estudian ninguno de estos tres idiomas? R/4.
12. En una encuesta sobre preferencias de los canales de televisión 7, 9 y 13 , se obtuvo la siguiente información:
- 55 encuestados ven el canal 7
 - 15 sólo ven el canal 7 y 9
 - 33 ven el canal 7 y 13
 - 3 sólo ven el canal 13
 - 25 ven los tres canales
 - 46 ven el canal 9
 - 6 no ven televisión
 - 2 sólo ven canal 13 y 9

Hallar la cantidad de personas que

- a) fueron encuestadas R/70.
- b) sólo ven el canal 9 R/4.
- c) sólo ven el canal 7 R/7.
- d) ven televisión R/64.
13. Un hotel recibe 60 visitantes de los cuales 37 permanecen al menos una semana, 43 gastan a lo menos 30 000 dólares diarios, 32 están completamente satisfecho con el servicio; 30 permanecieron a lo menos una semana y gastaron a lo menos 30 000, 26 permanecieron a lo menos una semana y quedaron completamente satisfechos, 27 gastaron a lo menos 30 000 y quedaron completamente satisfechos y 24 permanecieron a lo menos una semana, gastaron a lo menos 30 000 dólares diarios y quedaron completamente satisfechos. Conteste:
- a) ¿Cuántos visitantes permanecieron a lo menos una semana, gastaron a lo menos 30 000 dólares pero no quedaron satisfechos? R/6.
- b) ¿Cuántos visitantes quedaron completamente satisfechos, pero permanecieron menos de una semana y gastaron menos de 30 000 diarios? R/3.
- c) ¿Cuántos visitantes permanecieron menos de una semana y gastaron menos de 30 000 dólares diarios y no quedaron completamente satisfechos? R/7.
14. En una sección de 45 alumnos; 24 juegan futbol, de los cuales 12 sólo ese deporte nada más; 25 juegan basket, pero sólo 10 juegan ese deporte y ninguno otro; 19 juegan voley y sólo 5 exclusivamente voley. Además 5 juegan futbol, voley y basket en algun momento. Por último, 9 juegan futbol y basket. Si todos practican al menos un deporte:
- a) ¿Cuántos juegan basket y voley? R/11.
- b) ¿Cuántos juegan futbol y no basket? R/15.
- c) ¿Cuántos juegan voley y no basket? R/8.
- d) ¿Cuántos juegan exclusivamente un deporte a la vez? R/27.
- e) ¿Cuántos juegan dos y solo dos deportes a la vez? R/13.
15. Dada $U = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x \leq 10\}$, $A = \{x \in U / x \text{ es un número impar}\}$, $B = \{y \in U / y \text{ es un número par}\}$, $C = \{z \in U / z \text{ es un número divisible por } 3\}$. Represente en un diagrama de Venn toda la información.
- a) ¿Qué números están solamente en el conjunto B?
- b) ¿Qué números están solamente en el conjunto C?
- c) ¿Qué números están exactamente entre A y B?
- d) ¿Qué números están en los tres conjuntos al mismo tiempo?
- e) ¿Qué números están entre el conjunto A y B al mismo tiempo?

16. En una cierta encuesta, se les pregunto a 500 ejecutivos acerca de su lectura de los periódicos Barron, Financial World y Wall Street Journal. Las respuestas mostraron que 250 leían el Barron, 190 el Financial World y 270 el Wall Street Journal; 50 leían el Barrow y el Financial World, 70 el Barrow y el Wall Street Journal, y 110 el Financial World y el Wall Street Journal; 20 leían los tres periódicos.

- a) ¿Cuántos ejecutivos leían el Barrow o el Financial World o los dos? R/.
- b) ¿Cuántos leían al menos dos publicaciones? R/.
- c) ¿Cuántos leían exactamente el Wall Street Journal y el Barrow ? R/.
- d) ¿Cuántos leían a los sumo un periódico? R/.
- e) ¿Cuántos leían sólo dos publicaciones? R/.

17. Se realizó una encuesta con 550 personas. Se encontro que 130 veían la televisión, 215 escuchaban la radio, 345 leían el periódico para enterarse de las noticias. Más aún, 100 leían el periódico y escuchaban radio, 35 veían la televisión y escuchaban radio y 65 veían televisión y leían el periódico. Si 20 personas se enteraban de la noticias por los tres medios,

- a) ¿cuántas sólo veían TV? R/50.
- b) ¿cuántas usaban al menos dos medios de comunicación para enterarse de las noticias? R/160.
- c) ¿cuántas usaban exclusivamente sólo dos medios de comunicación? R/140.
- d) ¿cuántas usaban uno y sólo un medio para enterarse de las noticias? R/350.
- e) ¿cuántos no utilizaban ninguno de estos tres medios? R/40.

18. El número de lectores de ciertas revistas se muestra en la siguiente tabla:

Revista	Lectores (en miles)
A	700
B	500
C	600
Sólo A y B	125
Sólo A y C	100
Sólo B y C	80
A y B y C	25

- a) ¿Cuántos leen al menos dos revistas? R/330.
- b) ¿Cuántos leen sólo una de las revistas? R/1115.
- c) ¿Cuántos leen exclusivamente la revista B? R/270.
- d) ¿Cuántos leen A o B, o ambos? R/150.

19. El número de lectores de ciertas revistas se muestra en la siguiente tabla:

Revista	Lectores (en miles)
Sólo A	700
Sólo B	500
Sólo C	600
Sólo A y B	125
Sólo A y C	100
Sólo B y C	80
A y B y C	25

Encontrar el número de personas diferentes que forman el total de los lectores. R/2130.

Problemas que se Resuelven con Ecuaciones y Diagramas de Venn-Euler

1. En una encuesta se tiene los siguientes resultados: 60 no hablan inglés, 70 no hablan francés, 60 hablan inglés o francés. Si entre los 100 encuestados ninguno habla otro idioma además del materno.
 - a) ¿Cuántos hablan los dos idiomas? R/10.
 - b) ¿Cuántos hablan sólo inglés? R/30.
 - c) ¿Cuántos hablan sólo francés? R/20.
 - d) ¿Cuántos hablan exactamente uno y sólo uno de los dos idiomas? R/50.

2. En una exposición científica de secundaria 34 estudiantes recibieron premios por sus proyectos científicos. Se dieron 14 premios por proyectos de biología, 13 de química y 21 de física. Si 3 estudiantes recibieron premios en la tres áreas temáticas, 4 recibieron en química y biología al mismo tiempo y 5 recibieron en física y biología. Con esta información, conteste;
 - a) ¿cuántos recibieron premios exactamente en un área temática? R/23.
 - b) ¿cuántos recibieron premios exactamente en dos áreas temática? R/8.
 - c) ¿cuántos recibieron premios al menos en dos áreas temática? R/11.

3. En un total de 250 personas encuestadas sobre su desayuno se obtuvieron las siguientes respuestas: 30 personas tomaban té con leche, 40 tomaban café con leche, 80 personas tomaban leche, 130 tomaban té o leche y 150 tomaban café o leche. Ahora bien;
 - a) ¿Cuántas personas tomaban té puro? R/50.
 - b) ¿Cuántas personas tomaban leche pura? R/10.
 - c) ¿Cuántas personas tomaban café puro? R/70.
 - d) ¿Cuántas personas no tomaban ninguna de estas tres bebidas en el desayuno? R/50.

4. Una encuesta sobre televisión de 151 personas encontró que 68 ven "Los Magnificos"; 61 ven "Famaz 52 ven el programa "Deporte Hoy"; 16 ven tanto "Magnificos" "Fama"; 25 ven tanto "Magnificos" como "Deporte Hoy"; 19 ven "Fama" como "Deportes Hoy"; y 26 no ven ninguno de estos programas.
 - a) ¿Cuantas personas ven estos tres programas? R/4.
 - b) ¿Cuantas personas ven sólo uno de estos tres programas? R/73.
 - c) ¿Cuantas personas ven sólo dos de estos programas? R/48.

5. En una exposición científica de secundaria 34 estudiantes recibieron premios por sus proyectos científicos. Se dieron 14 premios por proyectos de biología, 13 de química y 21 de física. Si 3 estudiantes recibieron premios en la tres áreas temáticas. Con esta información, conteste;
 - a) ¿cuántos recibieron premios exactamente en un área temática? R/23.
 - b) ¿cuántos recibieron premios exactamente en dos áreas temática? R/8.

6. En un estudio de 10000 personas, un inspector mercantil encontró que 740 habían comprado acciones de minas de oro, 560 habían comprado acciones de minas de plata, y 380 habían comprado acciones de explotaciones. De estos, 500 comparon acciones e minas de oro y plata, 200 de oro y explotaciones y 50 de plata y de explotaciones.
- ¿Cuántos personas sólo tenían acciones de uno de los tres tipos de actividad mineras?
 - ¿Cuántas personas tenían acciones de al menos dos actividades productivas?
 - ¿Cuántas personas sólo tenían acciones en dos y sólo dos actividades mineras?
 - ¿Cuántas personas compraron de los tres tipos de acciones?
7. En cierta escuela de ciencias administrativas, se requiere que todos los estudiantes de último año cursen matemáticas o contaduría o economía. En una clase de 400 estudiantes de estos estudiantes se sabe que 300 cursan matemáticas, 200 contaduría y 150 economía. Si 140 cursan matemáticas y economía, 90 matemáticas y contaduría y 50 contaduría y economía.
- ¿Cuántos estudiantes solo cursan matemáticas? R/100.
 - ¿Cuántos estudiantes cursan las tres materias? R/30.
8. Se requieren 20 técnicos que cumplan con estas características y deben de estar en un lapso de 2 años.
- Total de personas entrevistadas: 40
 - Personas que hablan español: 25
 - Personas solteras: 24
 - Personas que pueden reemplazarse: 25
 - Personas solteras que hablan español: 17
 - Personas solteras que pueden reemplazarse: 20
 - Personas que hablan español y pueden reemplazarse: 18
 - Personas que son irremplazables, no hablan español y son casadas: 6
- ¿Cuántos técnicos tiene ahora que cumplan con los tres requisitos? R/15.
 - ¿En el presente, dispone la compañía de los 20 técnicos que cumplan con los tres requisitos necesarios?
 - Si todavía no se tiene completo ese grupo de personas, ¿podrá completarse con los candidatos que hablen español y puedan reemplazarse, pero que no sean solteros?

Problemas que se Resuelven con la Fórmula $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

1. Supóngase que el conjunto U es una muestra de 1000 personas que fueron entrevistadas acerca de sus hábitos en la compra de jabón. La tabla adjunta presenta la distribución de la muestra por sexo y por marca de jabón comprado.

Marca de Jabón	Hombre: H	Mujer: M	Total
A	105	230	335
B	130	145	275
C	265	125	390
Total	500	500	1000

- a) ¿Cuántos compraron sólo A? R/335.
- b) ¿Cuántos compraron sólo C? R/390.
- c) ¿Cuántos compraron del jabón A o B, o ambos? R/610.
- d) ¿Cuántos compraron del jabón B o C, o ambos? R/665.
- e) ¿Cuántos compraron del jabón A o C, o ambos? R/725.
- f) ¿Cuántos compraron del jabón B o M, o ambos? R/630.
- g) ¿Cuántos compraron del jabón A o H, o ambos? R/730.
- h) ¿Cuántos compraron jabón B y C simultáneamente? R/0.
- i) ¿Cuántas mujeres compraron jabón C? R/125.
- j) ¿Cuántos compraron del jabón B o H, o ambos? R/645.
- k) ¿Cuántos NO compraron del jabón A o B, o ambos, siendo mujeres? R/765.
- l) ¿Cuántos NO compraron del jabón B o C, o ambos, siendo hombres? R/730.
2. En la tabla siguiente aparece la distribución de una muestra hipotética de 600 familias, según el salario y el número de televisores poseídos en sus casas.

Nº de Telev.	Salario menos de 5000	5000 a 8999	9000 a 12 000	Mayor de 12 000	Total
Dos o más	0	40	80	70	
Uno	60	120	100	60	
Ninguno	30	15	10	15	
Total					

Sea U el conjunto de familias de la muestra; se definen los subconjuntos de U en la forma siguiente:

- $T = \{x \in U \mid x \text{ es una familia que posee dos o más televisores} \}$
- $O = \{y \in U \mid x \text{ es una familia que posee un televisor} \}$
- $A = \{r \in U \mid x \text{ es una familia que posee un salario menor de } \$ 5000 \}$
- $B = \{s \in U \mid x \text{ es una familia que posee un salario entre } \$ 5000 \text{ y } \$ 8999 \}$
- $C = \{t \in U \mid x \text{ es una familia que posee un salario de } \$ 9000 \text{ a } \$ 12\,000 \}$
- $D = \{u \in U \mid x \text{ es una familia que posee un salario de más de } \$ 12\,000 \}$

Encontrar:

Bibliografía

- [1] Grimaldi, Ralph P. Matemáticas Discreta y Combinatoria. Editorial Addison-Wesley Iberoamericana España, 1997.
- [2] Johnsonbaugh, Richard. Matemáticas Discretas. Editorial Pearson Prentice-Hall. México, 2005.
- [3] Kovacic, Michael L. Matemática, aplicaciones a las ciencias económico-administrativas. Editorial Fondo Educativo Interamericano S.A. México. 1977.